حصہ اول

پیرپوائنٹ کی کتاب مینسوریشن حصہ اول کا ترجمہ

انجینیرنگ اور میٹرکیولیشن کے لیے

مترجمہ

مولوی محمد عزیز الرحمن صاحب بی اے (عثمانیہ) ایم-ایس سی (ڈھاکہ)

لکچرار سائنس انٹرمیڈیٹ کالج (اورنگ آباد-دکن)

۱۳۴۸ھ م ۱۳۳۸ف م ۱۹۲۹ع

فہرست مضامین

مساحت

حصۂ اول

مضمون	صفحہ

تمت

علامات

علامت	$+$	سے مراد	مثبت	علامت	$\therefore$	سے مراد	اس لیے
〃	$-$	〃	منفی	〃	$\because$	〃	چونکہ
〃	$\times$	〃	ضرب	〃	$\angle$	〃	زاویہ
〃	$\div$	〃	تقسیم	〃	$\triangle$	〃	مثلث
〃	$\sqrt{}$	〃	جذرالمربع	〃	$<$	〃	بڑا ہے
〃	$=$	〃	مساوی	〃	$>$	〃	چھوٹا ہے

بسم اللہ الرحمٰن الرحیم

مساحت

حصہ اوّل

باب اوّل

تمہید۔ پیمانے

ا۔ مساحت وہ علم ہے جس میں خطوط کے طول، سطحوں کے رقبے اور مجسمات کے حجموں سے بحث کی جاتی ہے۔

۲۔ کسی قسم کی مقدار کو ناپنا ہو تو یہ ضروری امر ہے کہ اُس کا مقابلہ اور اظہار اُسی قسم کی ایسی چند مقررہ مقداروں میں کیا جائے جن کا کہ رواج عام ہو گیا ہے اور جو اکائیاں کہلاتی ہیں۔ مثلاً طول کے ناپنے کے لیے فٹ کی اِکائی استعمال کی جاسکتی ہے۔ اِسی طرح وزن کے تعین کے لیے اکائی پونڈ کا استعمال ہوسکتا ہے۔

۳۔ ہر قسم کی مقدار کو ناپنے کے لیے چند اکائیوں پر اتفاق کرلینے میں سہولت ہوتی ہے۔ مثلاً اگر ہم کسی بہت ہی وسیع رقبہ کو ناپ رہے ہوں تو مربع انچ یا مربع فٹ کی اکائیاں استعمال کرنے سے ایکڑ یا مربع میل کی اکائیاں استعمال کرنا زیادہ موزوں ہوگا۔

۴۔ اکثر اوقات ہمیں طول، رقبہ اور حجم کی متناظر اکائیاں استعمال کرنے میں سہولت ہوگی۔ اگر ہم طول کی کوئی اکائی لے کر اس پہ مربع بنائیں تو اس مربع کا رقبہ، رقبہ کی

وہ اکائی ہوگا جو طول کی مفروضہ اکائی کے متناظر ہے۔ اور اس مربع کو قاعدہ مان کر اگر ایک مکعب بنایا جائے تو اس مکعب کا حجم، حجم کی وہ اکائی ہوگا جو طول کی مفروضہ اکائی کے متناظر ہے۔

اس طرح مربع فٹ اور مکعب فٹ طولی فٹ کے متناظر ہیں۔

۵۔ ذیل میں طول اور رقبہ کی اُن اکائیوں کی جدولیں دی جاتی ہیں جو علم مساحت میں عام طور سے مستعمل ہیں۔

خطی ناپ (انگریزی)

۱۲ انچ = ۱ فٹ
۳ فٹ = ۱ گز
۵½ گز = ۱ راڈ، پول یا پرچ (Perch)
۴۰ پول = ۱ فرلانگ
۸ فرلانگ یا ۱۷۶۰ گز = ۱ میل
۳ میل = ۱ لیگ

رقبہ کے پیمانے (انگریزی)

۱۴۴ مربع انچ = ۱ مربع فٹ
۹ مربع فٹ = ۱ مربع گز
۳۰¼ مربع گز = ۱ مربع راڈ پول یا پرچ (Perch)
۴۰ مربع پول = ۱ روڈ
۴ روڈ یا ۴۸۴۰ مربع گز = ۱ ایکڑ (Acre)

زمینات کی پیمائش کے لیے عموماً بطور اکائی کے ایک زنجیر استعمال کی جاتی ہے جس کا طول ۲۲ گز ہوتا ہے اور اس میں ۱۰۰ کڑیاں ہوتی ہیں اس زنجیر کو گنٹر کی زنجیر (Gunter's chain) کہتے ہیں۔

اس طرح جداول بالا کے تتمہ کے طور پر ہمیں حسب ذیل دیگر اکائیاں

حاصل ہونگی۔

۱۰۰ کڑی (لنک) یا ۲۲ گز = ۱ زنجیر

اور ۱۰۰۰۰ مربع کڑی (مربع لنک) = ۱ مربع زنجیر

۱۰ مربع زنجیر = ۱ ایکڑ

خطی ناپ (برطانوی ہند)

۸ گرہ = ۱ ہاتھ

۲ ہاتھ = ۱ گز

۲½ گز = ۱ لاٹھ

۲۰ لاٹھ یا کاٹھ یا ۵۵ انگریزی گز = ۱ راسی یا جریب

رقبہ کے پیمانے (برطانوی ہند)

۲۰ بسوانسی = ۱ بسوا

۲۰ بسوا یا ۱ مربع راسی = ۱ بگیہ

اس لیئے ۱ بگیہ = (۵۵ × ۵۵) انگریزی مربع گز

= ۳۰۲۵ انگریزی مربع گز

= ⅝ ایکڑ

لیکن مختلف اضلاع میں بگیہ کا رقبہ مختلف ہوتا ہے۔

۶ — توضیحی مثالیں

مثال ۱:۔ بتاؤ کہ ۳ میل ۶ فرلانگ ۲۰ پول کتنے گز کے برابر ہے۔

۳ میل ۶ فرلانگ ۲۰ پول

۸
۶+۲۴
۳۰ — فرلانگ
۴۰
۲۰ + ۱۲۰۰
۱۲۲۰ پول

$$\begin{array}{r} ۶۱۰۰ \\ \times ۵\tfrac{1}{2} \\ \hline ۶۱۰۰ \\ ۶۱۰ \\ \hline ۶۷۱۰ \end{array}$$ گز

مثال ۱۲۔ ۳۲۵۶۰۸ انچ کو میلوں میں تحویل کرو۔

۱۲) ۳۲۵۶۰۸ انچ
۳) ۲۷۱۳۴ فٹ
۹۰۴۴ گز — ۲ فٹ
۲
۱۱) ۱۸۰۸۸ نصف گز
۴۰) ۱۶۴۴ پول — ۴ نصف گز
۸) ۴۱ فرلانگ — ۴ پول
۵ میل — ۱ فرلانگ

∴ ۳۲۵۶۰۸ انچ = ۵ میل ۱ فرلانگ ۴ پول ۲ گز ۲ فٹ

مثال ۱۳:۔ بتاؤ کہ ۳ ایکڑ ۲ روڈ ۱۴ مربع پول ۱۰ مربع گز کے کتنے مربع فٹ ہوں گے؟

۳ ایکڑ ۲ روڈ ۱۴ مربع پول ۱۰ مربع گز
۴
۱۲ + ۲ = ۱۴ ← روڈ
۴۰
۵۶۰ + ۱۴ = ۵۷۴ ← مربع پول
۳۰¼
۱۷۲۲۰
۱۴۳½
۱۷۳۷۳½ ← مربع گز
۹
۱۵۶۳۶۱½ ← مربع فٹ

مثال ۱۴:۔ ۳۲۶۰۰۴ مربع فٹ کو ایکڑ میں تحویل کرو۔

۹) ۴۸۳۲۶۰
۵۳۶۹۵ ــ۵ مربع گز ـــ ۵ مربع فٹ

۴
۱۱) ۲۱۴۷۸۰
۱۲۱ { ۱۱) ۱۹۵۲۵ ــ ۵ }
۴۰) ۱۷۷۵ ــ ۰ } ← $\frac{1}{4}$ ۱ مربع گز = ۵ ربع مربع گز
۴) ۴۴ ← روڈ ـــ ۱۵ مربع پول
۱۱ ← ایکڑ

∴ ۴۸۳۲۶۰ مربع فٹ = ۱۱ ایکڑ ۱۵ مربع پول $\frac{1}{4}$ ۱ مربع گز ۵ مربع فٹ

امثلہ نمبری ۱ (۱)

۱ ـــ ۳ فرلانگ ۱۵ پول ۳ گز کو گزوں میں تحویل کرو۔

۲ ـــ ۲ میل ۷ فرلانگ $\frac{1}{2}$ ۴ گز کو فٹوں میں تحویل کرو۔

۳ ـــ ۵ میل ۶ فرلانگ ۱۹ پول ۳ گز کو فٹوں میں بیان کرو۔

۴ ـــ بتاؤ کہ ۶ میل کتنے زنجیر کے مساوی ہے؟

۵ ـــ ۳ ایکڑ ۲ روڈ کو مربع پول میں تحویل کرو۔

۶ ـــ ۴ ایکڑ ۳ روڈ ۱۴ مربع پول کے مربع گز بناؤ۔

۷ ـــ ۹ ایکڑ کو مربع زنجیروں میں بیان کرو۔

۸ ـــ بتاؤ کہ ۴۴۷۸۰۹ فٹ میں کتنے میل، فرلانگ وغیرہ شریک ہیں؟

۹ ـــ ۳۸۶۲۹ مربع زنجیر کو ایکڑ میں تحویل کرو۔

۱۰ ـــ ۱۷۶۴۹۸ مربع فٹ کے ایکڑ روڈ وغیرہ بناؤ۔

۱۱ ـــ اگر ۵ گز ۱ فٹ ۶ انچ طول کی اکائی مان لی جائے تو بتاؤ کہ ۳ فرلانگ ۲۰ پول کا ناپ کیا ہوگا؟

۱۲ ـــ اگر ۸ مربع گز کے رقبہ کو اکائی مانا جائے تو بتاؤ کہ $\frac{1}{2}$ ۳ ایکڑ کا ناپ کیا ہوگا؟

۱۳ ـــ اگر ۲ میل کا فاصلہ ۲۲۰ کے مماثل ہو تو بتاؤ کہ طول کی اکائی کیا ہونی چاہیے

۱۴ ـــ اگر ۵ ایکڑ رقبہ والے میدان کا ناپ ۴۰ ہو تو بتاؤ کہ رقبہ کی

اکائی کیا ہونی چاہیئے؟

امثلہ نمبری ۱ (ب)

۱۵ــــ ۲ لاتھ ۲ گزوں کو گرہ میں تحویل کرو۔

۱۶ــــ ۴۰۰ گرہ کو لاتھ میں بیان کرو۔

۱۷ــــ ۱۷۰۵ راسی کے کتنے ہاتھ ہونگے؟

۱۸ــــ ۳۸۵ انگریزی گز کی گرہ بناؤ۔

۱۹ــــ بتاؤ کہ ۷ ابیگہ میں کتنے بسوانسی ہونگے؟

۲۰ــــ ۵۳۲۱ بسوانسی کو بیگہ، بسواس وغیرہ میں تحویل کرو۔

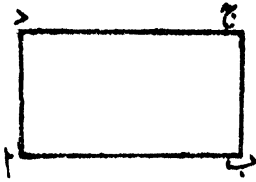
۲۱ــــ ۱ ایکڑ کے کتنے بسوانسی ہونگے؟

۲۲ــــ ۲ ایکڑ ۳ رووڈ ۳۰ مربع پول کو بسواس میں تحویل کرو۔

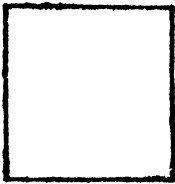
باب دوم

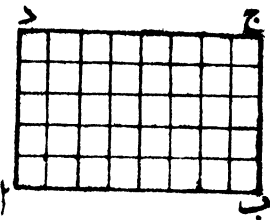
مُستطیل

۷۔ مستطیل وہ چار ضلعی شکل ہے جس کا ہر ایک زاویہ قائمہ ہو۔

کسی مستطیل کے طول اور عرض کو اُس کے ابعاد کہتے ہیں۔ پس ا ب اور ب ج مستطیل ا ب ج د کے ابعاد ہیں۔

د ج
ا ب

جب کسی مستطیل کے ابعاد ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں تو ایسی شکل کو مربع کہتے ہیں (دیکھو شکل)

کسی شکل کے احاطہ سے اس کی سرحدوں کا مجموعہ مراد ہے۔

مسئلہ (۱)

۸۔ مستطیل کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے ابعاد دیئے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د مستطیل وضع کے ایک کمرے کا نقشہ ہے جس میں ا ب ۸ گز کے طول کو اور ب ج ۵ گز کے

طول کو تعبیر کرتے ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ کمرہ کا رقبہ دریافت کریں۔

ا ب کو ۸ مساوی حصوں میں اور ب ج کو ۵ مساوی حصوں میں تقسیم کرو۔ اس طرح ان میں کا ہر ایک حصہ ایک گز کو تعبیر کریگا۔

ا ب میں کے نقاطِ تقسیم سے ب ج کے متوازی اور ب ج میں کے نقاطِ تقسیم سے ا ب کے متوازی خطوط کھینچو۔ اب مستطیل ایسی ۵ قطاروں میں منقسم ہوجائیگا کہ ہر ایک قطار میں آٹھ ایسے مربعے ہونگے جن میں سے ہر ایک کا رقبہ ایک مربع گز ہوگا۔

دیکھو قطاروں کی تعداد وہی ہے جو ب ج میں گزوں کی تعداد ہے اور ہر قطار میں مربعوں کی تعداد وہی ہے جو ا ب میں گزوں کی تعداد ہے۔

∴ مستطیل میں ۸ × ۵ = ۴۰ مربعے ہیں اور ہر مربع ایک مربع گز کو تعبیر کرتا ہے۔

∴ مستطیلی وضع کے کمرہ کا ناپ ۴۰ مربع گز ہے۔

اس صورت خاص سے ہم عام نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں۔

اگر کسی مستطیل کے ابعاد میں سے ایک کا ناپ کسی طولی اکائی کی رقوم میں ا ہو اور دوسرے بُعد کا اُسی طولی اکائی میں ب ہو تو مستطیل کے رقبہ کا ناپ رقبہ کی متناظر اکائی میں ا × ب ہوگا۔

پس قاعدہ۔

کسی مستطیل کے طول میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اُس کے عرض میں کی اُسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو رقبہ میں متناظر اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا مختصراً۔ مستطیل کا رقبہ = طول × عرض

ق = ل × ع ....(۱)

∴ مستطیل کا طول = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{عرض}}$

ل = $\frac{\text{ق}}{\text{ع}}$ ....(۲)

اور مستطیل کا عرض = $\frac{\text{رقبہ}}{\text{عرض}}$

$ع = \frac{ق}{ل}$ .... (۳)

صورتِ خاص

۹ــــ مربع

اِس صورت میں ابعاد ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔ یعنی

طول = عرض = ضلع (مربع کا)

اب کسی مستطیل کا رقبہ = طول × عرض..... دفعہ ۸

∴ مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع = (ضلع)^2

$ق = ا^2$

∴ مربع کا ضلع = $\sqrt{\text{رقبہ}}$

$ا = \sqrt{ق}$

پس قاعدہ ــــ

کسی مربع کے رقبہ میں مربع اکائیوں کی جو تعداد ہوتی ہے اُس کا جذر اُس کے ایک ضلع کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

یا مختصراً ــــ

مربع کا ضلع = $\sqrt{\text{رقبہ}}$

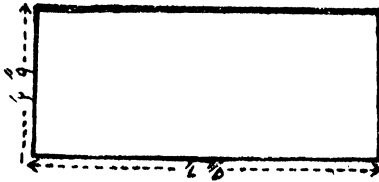
$ا = \sqrt{ق}$

۱۰ــــ طالب علم کو چاہیئے کہ اِس قسم کے مختصر طریق کتابت کا صحیح مفہوم ہمیشہ ذہن نشین رکھے۔ جب ہم کہتے ہیں کہ ــــ

$$\frac{\text{رقبہ}}{\text{عرض}} = \text{مستطیل کا طول}$$

تو اس سے یہ مطلب ہوتا ہے کہ جب کسی رقبہ کو کسی عرض سے تقسیم کیا جاتا ہے تو ہمیں طول حاصل ہوتا ہے۔ لیکن ایسا کہنا بالکل مہمل ہے۔ حقیقتاً جو ہمارا مطلب ہوتا ہے وہ یہ ہے کہ کسی مستطیل کے رقبہ میں کی مربع اکائیوں کی تعداد کو اس کے عرض میں کی "متناظر" طولی اکائیوں کی تعداد سے تقسیم کیا جائے تو ہمیں اس کے طول کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔ مساحت کے تمام ضابطوں کی توضیح میں اس قسم کی احتیاط کا مدِ نظر رکھنا ضروری ہے۔

۱۱- توضیحی مثالیں

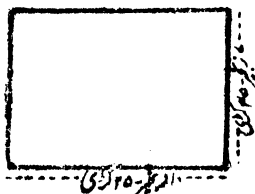
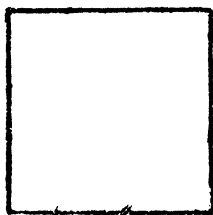
مثال ۱- ایک ایسے مستطیل کا رقبہ معلوم کرو جس کا طول ۷ فٹ ۵ انچ اور عرض ۲ فٹ ۹ انچ ہے۔

مستطیل کا رقبہ = (ل × ع) مربع انچ .... دفعہ ۸

جہاں ل = (۷ × ۱۲ + ۵) = ۸۹ انچ

اور ع = (۲ × ۱۲ + ۹) = ۳۳ انچ

∴ مستطیل کا رقبہ = ۸۹ × ۳۳ مربع انچ

= ۲۹۳۷ مربع انچ = ۲ مربع گز ۲ مربع فٹ ۵۷ مربع انچ

مثال ۲- اس مربع کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ ۲ فرلانگ ۲۶ پول ہے۔

مربع کا رقبہ = ل^2 مربع پول .... دفعہ ۹

جہاں و = (۲ × ۴۰ + ۲۶) ۱۰۶ پول

∴ مربع کا رقبہ = (۱۰۶)² مربع پول

= ۱۱۲۳۶ مربع پول

= ۷۰ ایکر ۱ روڈ ۳۶ مربع پول

۲ فرلانگ ۲۶ پول

مثال ۳۔۔۔ ۳۰ روپیہ فی ایکر کے حساب سے اُس مستطیلی وضع کے میدان کا کرایہ معلوم کرو جس کا طول ۱۰ زنجیر ۲۵ کڑی اور عرض ۷ زنجیر ۴۵ کڑی ہے۔

۷ زنجیر ۴۵ کڑی

۱۰ زنجیر ۲۵ کڑی

میدان کا رقبہ = (ل × ع) مربع زنجیر ۔۔۔۔۔۔ دفعہ ۸

جہاں ل = ۱۰٫۲۵ زنجیر اور ع = ۷٫۴۵ زنجیر

∴ میدان کا رقبہ = (۱۰٫۲۵ × ۷٫۴۵) مربع زنجیر

= ۷۶٫۳۶۲۵ مربع زنجیر

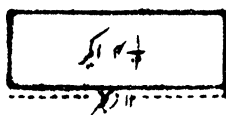
= ۷٫۶۳۶۲۵ ایکر

اس لیے کرایہ = ۳۰ × ۷٫۶۳۶۲۵ روپے

= ۲۲۹٫۰۸۷۵ روپے

= ۲۲۹ روپے ۱ آنہ ۸٫۴ پائی

مثال ۴۔ اُس مستطیل کا عرض معلوم کرو جس کا رقبہ ۴½ ایکر اور طول ۱۲ زنجیر ہے۔

۴½ ایکر

۱۲ زنجیر

مستطیل کا عرض = $\frac{\text{ق}}{\text{ل}}$ زنجیر ۔۔۔۔۔۔ دفعہ ۸

جہاں ق = ۴½ × ۱۰ = ۴۵ ایکر

اور ل = ۱۲ زنجیر

∴ مستطیل کا عرض = $\frac{۴۵}{۱۲}$ زنجیر

= ۳٫۷۵ زنجیر

= ۳ زنجیر ۷۵ کڑی

مثال ۵۔ اُس مربع کا احاطہ معلوم کرو جس کا رقبہ ۳۲۹٫۳۰۵ مربع انچ ہے۔

مربع کا ایک ضلع = $\sqrt{ق}$ انچ

جہاں ق = ۵۳٫۲۹ مربع انچ

∴ مربع کا ایک ضلع = $\sqrt{۵۳٫۲۹}$ انچ

= ۷٫۳ انچ

اور احاطہ = ایک ضلع × ۴ = (۷٫۳ × ۴) انچ

= ۲۹٫۲ انچ

۵۳٫۲۹ مربع انچ

مثال ۷۔ ۲ آنہ ۶ پائی فی مربع گز کے حساب سے ایک مستطیلی وضع کی دیوار کو رنگانے میں ۵ روپے ۱۵ آنے صرف ہوتے ہیں۔ اگر دیوار کا طول ۳۸ فٹ ہو تو اس کی بلندی دریافت کرو۔

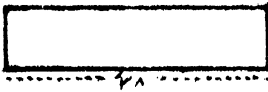
دیوار کا رقبہ = (۵ روپے ۱۵ آنے ÷ ۲ آنے ۶ پائی) مربع گز

= ۳۸ مربع گز

اب دیوار کی بلندی = $\frac{ق}{ل}$ فٹ ...... دفعہ ۸

جہاں ق = ۳۸ × ۹ مربع فٹ

اور ل = ۳۸ فٹ

۳۸

∴ دیوار کی بلندی = $\frac{۹ \times ۳۸}{۳۸}$ فٹ = ۹ فٹ

مثال ۸۔ ایک کمرہ کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۲۱ فٹ، ۱۶ فٹ اور ۱۱ فٹ ہیں۔ کمرہ میں ۷ فٹ طول اور ۳ فٹ عرض کا ایک دروازہ ہے اور دو کھڑکیاں ہیں جن میں سے ہر ایک کھڑکی کا طول ۸ فٹ اور عرض ۴ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ $\frac{1}{2}$۲ آنہ فی گز والی کاغذ کی پٹی سے کمرہ کی دیواروں پر کاغذ لگانے میں کیا خرچ ہوگا۔ کاغذ کی پٹی کا عرض ۲ فٹ ہے۔

بازو کی دیواروں کا رقبہ = ۲ × ۲۱ × ۱۱ مربع فٹ ...... دفعہ ۸

سروں کی دیواروں کا رقبہ = ۲ × ۱۶ × ۱۱ مربع فٹ ...... دفعہ ۸

دروازہ کا رقبہ = ۷ × ۳ مربع فٹ ...... دفعہ ۸

دونوں کھڑکیوں کا رقبہ = ۲ × ۸ × ۴ مربع فٹ ...... دفعہ ۸

مجموعی رقبہ جس پر کاغذ لگایا جائیگا = ۴ دیواریں - ایک دروازہ - ۲ کھڑکیاں

" " " " = (۲×۲۱×۱۱ + ۲×۱۶×۱۱ - ۷×۳ - ۲×۸×۴) مربع فٹ

= ۵۸۷ مربع فٹ

اب کاغذ مستطیلی وضع کی دھجیوں میں بیچا جاتا ہے۔

∴ کاغذ کا مطلوبہ طول = $\frac{\text{کاغذ کا مطلوبہ رقبہ}}{\text{کاغذ کا عرض}}$ ...... دفعہ ۵

= $\frac{۵۸۷}{۲}$ فٹ

= ۲۹۳½ فٹ

∴ ۲½ آنہ فی گز یا ⅚ آنہ فی فٹ کے حساب سے کاغذ کی قیمت = ۲۹۳½ × ⅚ آنہ

= ۱۸ روپے ۵ آنے ۹ پائی

مثال ۸۔ مستطیلی وضع کے ایک صحن کا رقبہ ۲۴۰۰ مربع گز ہے اور اس کے اضلاع ۳ : ۲ کی نسبت میں ہیں۔ بتاؤ کہ ۴ آنے فی فٹ کے حساب سے اس کے گرد ٹٹی لگوانے میں کیا صرفہ ہوگا؟

فرض کرو کہ صحن کا طول لا گز ہے

تب عرض $\frac{۲}{۳}$لا گز ہوگا

∴ صحن کا رقبہ = $\frac{۲}{۳}$لا² مربع گز .... دفعہ ۸

= ۲۴۰۰ مربع گز

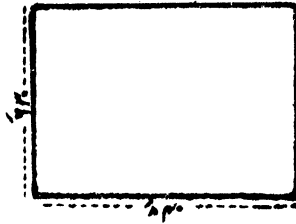
∴ لا² = ۳۶۰۰ اور لا = ۶۰

پس صحن کا طول = ۶۰ گز اور اس کا عرض = ۴۰ گز

∴ صحن کا احاطہ = ۲۰۰ گز

∴ ٹٹی لگوانے کا صرفہ = ۲۰۰ × ۱۲ آنے

= ۱۵۰ روپے

مثال ۹۔ ایک مستطیلی وضع کے احاطے میں جس کا طول ۴۸ فٹ اور عرض ۳۰ فٹ ہے پتھر کا فرش کیا گیا ہے۔ اگر ہر پتھر کا طول ۴ فٹ ۸ انچ اور عرض ۴ فٹ ۶ انچ ہو اور ان کی قیمت ۴ روپے فی صد پتھر ہو تو بتاؤ کہ فرش کروائی میں کیا صرفہ ہوگا۔

احاطہ کا رقبہ = 840×630 مربع فٹ .... [دفعہ ۸

ہر ایک پتھر کا رقبہ = $4\frac{2}{3} \times 4\frac{1}{2}$ مربع فٹ .... [دفعہ ۸

∴ پتھروں کی مطلوبہ تعداد = $\dfrac{630 \times 840}{4\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3}}$

اس لئے ۴ روپیہ سیکڑہ کے حساب سے پتھروں کی قیمت $= \dfrac{4 \times 630 \times 840}{100 \times 4\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3}}$ روپیہ

= ۱۰۰۸ روپے

مثال ۳۔ ایک باغ کا طول ۱۰۰ فٹ اور عرض ۸۰ فٹ ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ اس کے اندر گرداگرد مستقل چوڑائی کا ایک ایسا راستہ بنایا جائے جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا $\frac{1}{5}$ ہو۔ بتاؤ کہ اس راستہ کی چوڑائی کیا ہونی چاہیے؟

فرض کرو کہ راستہ کی چوڑائی لا فٹ ہے۔

تب مستطیل ا ب ج د کا رقبہ = (۱۰۰ - ۲ لا) (۸۰ - ۲ لا) مربع فٹ .... [دفعہ ۸

لیکن باغ کا رقبہ = ۱۰۰ × ۸۰ مربع فٹ .... [دفعہ ۸

∴ راستہ کا رقبہ = {۱۰۰ × ۸۰ - (۱۰۰ - ۲ لا) (۸۰ - ۲ لا)} مربع فٹ

= (۳۶۰ لا - ۴ لا^2) مربع فٹ

لیکن راستہ کا رقبہ = باغ کے رقبہ کا پانچواں حصہ

∴ ۳۶۰ لا - ۴ لا^2 = ۱۶۰۰

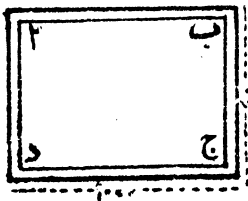
لا^۲ - ۹۰ لا = -۴۰۰

لا^۲ - ۹۰ لا + (۴۵)^۲ = ۲۰۲۵ - ۴۰۰ = ۱۶۲۵

(لا - ۴۵) = ± ۴۰٫۳۱۱

لا = ۴٫۶۸۹

∴ راستہ کی چوڑائی = ۴٫۶۸۹ فٹ تقریباً

امثلہ نمبری ۲ (ا)

اُن مستطیلوں کے رقبے مربع فٹ میں دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۱ــــ طول ۱۳ فٹ، عرض ۱۱ فٹ

۲ــــ طول ۲۰ فٹ، عرض ۱۹ فٹ

۳ــــ طول ۳۰ فٹ، عرض ۲۳ فٹ

اُن مستطیلوں کے رقبے مربع فٹ اور مربع انچوں میں دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۴ــــ طول ۲ فٹ ۹ انچ، عرض ۱ فٹ ۷ انچ

۵ــــ طول ۳ فٹ ۹ انچ، عرض ½۲ فٹ

۶ــــ طول ۵ فٹ ۸ انچ، عرض ۲ فٹ ۱۰ انچ

اُن مستطیلوں کے رقبے مربع گز، مربع فٹ اور مربع انچوں میں دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۷ــــ طول ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ، عرض ۱ گز ۶ انچ

۸ــــ طول ۴ گز ۱ فٹ ۴ انچ اور عرض ۲ گز ۲ فٹ ۳ انچ۔

۹ــــ طول ۵ گز ۱۰ انچ اور عرض ۳ گز ۱ فٹ ۷ انچ

اُن مستطیلوں کے رقبے ایکڑوں میں معلوم کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۱۰ــــ طول ۲۶ زنجیر اور عرض ۱۸ زنجیر

۱۱ــــ طول ۱۲ زنجیر ۱۶ کڑی اور عرض ۹ زنجیر

۱۲ــــ طول ۱۲ زنجیر ۴۳ کڑی اور عرض ۱۰ زنجیر ۸ کڑی

ان مستطیلوں کے رقبے ایکڑ، روڈ، پول میں دریافت کرو۔ جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں:۔

۱۳۔۔۔ طول ۷ زنجیر ۱۵ کڑی اور عرض ۳ زنجیر۔

۱۴۔۔۔ طول ۱۰ زنجیر ۲۲ کڑی اور عرض ۶ زنجیر ۱۴ کڑی۔

۱۵۔۔۔ طول ۸ زنجیر ۴۰ کڑی اور عرض ۷ زنجیر ۹۰ کڑی۔

ان مستطیلوں کے طول معلوم کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں:۔

۱۶۔۔۔ رقبہ ۳ مربع گز اور عرض ۱ گز ۱ فٹ

۱۷۔۔۔ رقبہ ۱ روڈ اور عرض ۱۰ گز

۱۸۔۔۔ رقبہ ۱ ایکڑ اور عرض ۴۰ گز۔

۱۹۔۔۔ رقبہ ½ ۷ ایکڑ اور عرض ۵ زنجیر۔

۲۰۔۔۔ رقبہ ۵۹ مربع گز ۱ مربع فٹ ۲ مربع انچ اور عرض ۷ گز ۱ فٹ ۷ انچ۔

ان مستطیلوں کے عرض دریافت کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں:۔

۲۱۔۔۔ رقبہ ۲۴ ایکڑ اور طول ۱۶ زنجیر

۲۲۔۔۔ رقبہ ۲ ایکڑ اور طول ۱۱۰ گز۔

۲۳۔۔۔ رقبہ ۶ر۳۵ ایکڑ اور طول ۱۰۰۰ کڑی

۲۴۔۔۔ رقبہ ۲۰۰ ایکڑ ۳ روڈ ۲۱ پول اور طول ۵ فرلانگ ۱۷ پول

ان مربعوں کے رقبے مربع گزوں اور مربع فٹوں میں دریافت کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں:۔

۲۵۔۔۔ ضلع ۹ گز ۱ فٹ

۲۶۔۔۔ ضلع ۷ گز ۲ فٹ

۲۷۔۔۔ ضلع ۱۲ گز ۲ فٹ

۲۸۔۔۔ ضلع ۲۸ گز ۱ فٹ

ان مربعوں کے رقبے ایکڑوں میں دریافت کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں:۔

۲۹۔۔۔ ضلع ۱۵ زنجیر

۳۰۔۔۔ ضلع ۱۳ زنجیر ۲۹ کڑی۔

۳۱— ضلع ۶ زنجیر ۸۴ کڑی۔

۳۲— ضلع ۱۱ زنجیر ۹۴ کڑی

اُن مربعوں کے اضلاع کے طول دریافت کرو جن کے رقبے حسب ذیل ہیں۔

۳۳— رقبہ ۳۲۲۴ مربع فٹ (جواب فٹ میں مطلوب ہے)

۳۴— رقبہ ۱٫۲۲۵ ایکڑ (جواب زنجیر میں مطلوب ہے)

۳۵— رقبہ ۵۴٫۷۵۶ ایکڑ (جواب زنجیر میں مطلوب ہے)

۳۶— رقبہ ۴ ایکڑ ۲ مربع زنجیر ۵۱۰۴ مربع کڑی (جواب زنجیر اور کڑی میں مطلوب ہے)۔

۳۷— ایک روپیہ بارہ آنے فی مربع گز کے حساب سے ۳۶ گز لمبے اور ۲۸ گز چوڑے صحن میں پتھر بچھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرفہ ہوگا؟

۳۸— ۱۸ فٹ طول اور ۱۴ فٹ ۹ انچ عرض کے کمرے میں ۲ روپے فی مربع گز کے حساب سے قالین بچھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرفہ ہوگا؟

۳۹— مستطیلی وضع کے ایک کمرے کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۲۵ فٹ، ۱۷ فٹ اور ۱۱ فٹ ہیں بتاؤ کہ اس کی دیواروں کا رقبہ کتنے مربع گز اور مربع فٹ ہوگا؟

۴۰— بتاؤ کہ ۲۴ مربع گز رقبہ کے فرش کے لیے ۱۸ انچ چوڑے قالین کا کس قدر طول درکار ہوگا؟

۴۱— ایک مستطیل کا عرض اُس کے طول کا ایک تہائی ہے: اگر اس کا طول ۳۲ زنجیر ہو تو اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۲— ایک مربع کا احاطہ ۵ گز ۱ فٹ ۸ انچ ہے۔ اس کا رقبہ مربع فٹ اور مربع انچوں میں دریافت کرو۔

۴۳— ایک مربع کا رقبہ ۱٫۰۵۶۲۵ ایکڑ ہے۔ اس کا احاطہ زنجیروں میں دریافت کرو۔

۴۴— ۲ روپے آٹھ آنے فی فٹ کے حساب سے ایک ایسے مربع کے گرد ٹٹی لگانے کا صرفہ معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۶۰ مربع گز ۴ مربع فٹ ہے۔

۴۵— ۱۲ آنے فی فٹ کے حساب سے اگر کسی فرش کی ہمواری میں ۲۴۶ روپیہ صرف ہوتے ہیں اور اگر فرش کا طول ۸ گز ہو تو اس کا عرض دریافت کرو۔

۴۶ ـــ ۲۱ روپے ۸ آنے فی ایکڑ کے حساب سے مستطیلی وضع کے زمین کے ایک ٹکڑے کا کرایہ ۵۰۰ روپے ہوتا ہے۔ اُس کے ابعاد زنجیروں میں دریافت کرو اگر اُس کا طول اُس کے عرض کا چار گنا ہو۔

۴۷ ـــ ۳ روپے ۴ آنے فی گز کے حساب سے ایک مربع وضع کے میدان کے گرد ٹٹی لگانے میں اگر ۲۰۸ روپے صرف ہوں تو بتاؤ کہ اُس کا رقبہ کتنے مربع گز ہوگا؟

۴۸ ـــ بتاؤ کہ ۱۸ فٹ ۹ انچ طول اور ۱۲ فٹ ۶ انچ بلند دیوار کے لیے ایسے کتنے گز کاغذ کی ضرورت ہوگی جس کا عرض ۳۰ انچ ہے۔

۴۹ ـــ ۱ فٹ ۶ انچ چوڑے قالین سے ۲ روپے ۸ آنے فی گز کے حساب سے ۲۶ فٹ لمبے اور ۱۲ فٹ چوڑے کمرے میں فرش کیا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرفہ ہوگا؟

۵۰ ـــ ایک صحن ۲۱ گز ۲ فٹ لمبا اور ۱۰ گز ۱ فٹ چوڑا ہے۔ اگر ۸ آنے فی درجن کے حساب سے اس میں ایسی اینٹوں کا فرش کیا جائے جن کا طول ۹ انچ اور عرض ۴ انچ ہو تو بتاؤ کہ کیا اخراجات ہوں گے؟

امثلہ نمبری ۲ (ب)

اُن مستطیلوں کے رقبے بیگہ میں دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں:۔

۵۱ ـــ طول ۷ راسی۔ عرض ۵ راسی

۵۲ ـــ طول ۸۰۲۳ راسی۔ عرض ۴۰۲ راسی

۵۳ ـــ طول ۱۲۱ گز۔ عرض ۵۰ گز

اُن مستطیلوں کے طول دریافت کرو جن کی پیمائشیں حسب ذیل ہیں:۔

۵۴ ـــ رقبہ ۳ بیگہ عرض ۱۰ الٹھ۔

۵۵ ـــ رقبہ ۵ بیگہ ۱۰ بسواس عرض ۲ راسی۔

۵۶ ـــ رقبہ ۴ بیگہ ۴ بسواس ۱۰ بسوانسی عرض ۸۰ گز۔

سوالات امتحانات

(۱) جامعہ الہ آباد۔ میٹریکیولیشن

۱ـــــ ایک کمرے کا طول ۳۰ فٹ اور عرض بلندی کا دو چند ہے۔ اس کی چاروں دیواروں پر ۲ فٹ چوڑی پٹی سے کاغذ لگایا جائے تو ۴۴ گز کی ضرورت ہوتی ہے۔ کمرے کے فرش کا رقبہ دریافت کرو۔

۲ـــــ ۵ ایکڑ رقبہ اور ۲۰۰ گز طول کے ایک مستطیلی وضع کے میدان میں ایسی قطاروں میں درخت لگائے گئے ہیں جو طول پر علی القوائم ہیں۔ ہر ایک قطار کا درمیانی فاصلہ ایک گز اور ایک ہی قطار میں ہر دو درختوں کا درمیانی فاصلہ بھی ایک گز ہے۔ اگر میدان کے گرداگرد ایک گز عرض میں کوئی درخت نہ لگایا جائے تو درختوں کی تعداد معلوم کرو۔

۳ـــــ ایک مستطیلی وضع کے حوض کا طول، عرض اور گہرائی بالترتیب ۱۲ فٹ ۱۰ انچ، ۸ فٹ ۳ انچ اور ۶ فٹ ۲ انچ ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ حوض میں سیسہ کی چادروں سے استرکاری کی جائے۔ سیسہ کے تختوں کا وزن ۸ پونڈ فی مربع فٹ ہے اور یہ ۱ پونڈ ۸ شلنگ فی ہنڈرڈ ویٹ کے حساب سے بکتے ہیں۔ بتاؤ کہ استرکاری میں جملہ لاگت کیا ہوگی؟

(ب) جامعۂ پنجاب۔ امتحان مڈل

۴ـــــ اگر یہ فرض کیا جائے کہ ایک طالب علم کے لیے ۴ فٹ طول اور ۳۰ انچ عرض کی جگہ کی ضرورت ہے تو بتاؤ کہ اس کمرے میں کتنے طلباء بیٹھ سکیں گے جس کا طول اور عرض بالترتیب ۴۰ گز اور ۲۸ فٹ ہیں۔

(ج) جامعہ کلکتہ۔ میٹریکیولیشن

۵ـــــ ایک کمرے کا طول ۲۴ فٹ، عرض ½ ۱۸ فٹ اور بلندی ۱۲ فٹ ہے۔ ۲ شلنگ ۶ پنس فی مربع گز کے حساب سے اس کی دیواروں پر کاغذ لگانے کا صرفہ معلوم کرو۔

(د) صوبجات متحدہ کے یورپین مدارس کا آخری امتحان

۶ـــــ ایک کمرے کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ¼ ۲۲ فٹ، ½ ۱۶ فٹ اور ¼ ۱۳ فٹ ہے۔ اس کی دیواروں، فرش اور چھت کا مجموعی رقبہ مربع فٹوں میں دریافت کرو۔

۷ـــــ لکڑی کا ایک تختہ ۱۰ انچ چوڑا ہے، بتاؤ کہ اس کا کس قدر طول کاٹ لیا جائے

چاہیے کہ اس کا رقبہ ایک مربع گز ہو جائے۔

(۴) رُڑکی کی انجینیری جماعت کا امتحانِ داخلہ

۸ــــ ۲۷ انچ چوڑے قالین سے ۴ شلنگ ۸ پنس فی گز کے حساب ۲۶ فٹ طول اور ۱۸ فٹ عرض کے کمرے میں قالین بچھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرفہ ہوگا؟

۹ــــ ایک مربع وضع کے میدان کا رقبہ ۲۱ ایکڑ ۰ روڈ ۲۵٫۱۰ مربع پول ہے اس کے ایک ضلع کا طول معلوم کرو۔

۱۰ــــ مستطیلی وضع کے ایک میدان کا طول اور عرض بالترتیب ۷۴ گز ۱ فٹ ۴ انچ اور ۲۲ گز ۲ فٹ ۱۱ انچ ہیں: ایک ایسے مستطیلی وضع کے میدان کا عرض دریافت کرو جس کا طول ۶۲ گز ۱ فٹ ۵ انچ اور جس کا رقبہ ابتدائی میدان کے رقبہ کا $\frac{5}{6}$ ہے۔

۱۱ــــ ایک مستطیلی وضع کے قطعۂ زمین پر جس کے اضلاع ۲ : ۳ کی نسبت میں ہیں، ۴ پنس فی مربع گز کے حساب سے گھانس لگوانے میں ۱۴ پونڈ ۸ شلنگ خرچ ہوتے ہیں۔ اس کے اضلاع کے طول معلوم کرو۔

۱۲ــــ ایک مستطیلی وضع کے کمرے کی دو طرف کی دیواروں کا رقبہ ۸۰۶ مربع فٹ اور بقیہ دو دیواروں کا رقبہ ۵۴۶ مربع فٹ ہے۔ کمرے کے ابعاد دریافت کرو۔

۱۳ــــ بحساب ایک روپیہ دو آنے فی مربع فٹ سیسہ کی چادروں سے ایک مستطیلی وضع کے حوض کی استرکاری کرانا مقصود ہے۔ حوض کے اندرونی ابعاد حسبِ ذیل ہیں: طول ۳ فٹ ۲ انچ، عرض ۲ فٹ ۱۰ انچ اور گہرائی ۲ فٹ ۶ انچ ہے۔ بتاؤ کہ حوض کی استرکاری میں کیا صرفہ ہوگا؟

۱۴ــــ دو مربع وضع کے میدانوں کا مجموعی رقبہ ۱۶ ایکڑ ہے اور ایک کے ضلع کا طول دوسرے کے ضلع کے طول کا $\frac{3}{4}$ ہے۔ ہر ایک میدان کا رقبہ علٰحدہ علٰحدہ دریافت کرو۔

۱۵ــــ ایک باغ کا طول ۱۴۰ فٹ اور عرض ۱۲۰ فٹ ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ اس کے گرد چاروں طرف مستقل چوڑائی کا ایک ایسا راستہ بنایا جائے جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا ٹھیک ایک چوتھائی ہو۔ بتاؤ کہ راستہ کا عرض کیا ہونا چاہیے۔

(و) رُڑکی کی اپر سب آرڈینیٹ جماعت کا امتحانِ داخلہ

۱۶۔۔۔ مستطیلی وضع کے کسی ملک میں ۲۰،۰۰۰،۰۰ باشندے آباد رہ سکتے ہیں۔ اِس کا طول اور عرض بالترتیب ۶۰۰ میل اور ۲۰۰ میل ہے۔ بتاؤ کہ ایک شخص کی رہائش کے لیے اوسطاً کتنے ایکڑ رقبہ کی ضرورت ہوگی؟

۱۷۔۔۔ مستطیلی وضع کے ایک کمرے کا عرض اُس کے طول کا دو تہائی ہے۔ اس میں ۲۷ انچ چوڑے قالین سے بحساب ۵ شلنگ ۳ پنس فی گز فرش کروانے میں ۲۹ پونڈ ۸ شلنگ ۸ پنس صرف ہوتے ہیں اور ۱۲ انچ چوڑے کاغذ سے بحساب ۲ شلنگ ۴ پنس فی درجن گز اُس کی دیواروں پر کاغذ لگوانے میں ۲ پونڈ ۳ شلنگ ۴ پنس خرچ ہوتے ہیں۔ کمرے کی بلندی معلوم کرو۔

۱۸۔۔۔ ۱۹ فٹ $\frac{1}{2}$ ۱ انچ مربع کمرے کے وسط میں ایک مربع وضع کا قالین بچھا ہوا ہے اور بقیہ فرش مستقل چوڑائی کا لکڑی کا حاشیہ ہے۔ آخر الذکر کی قیمت $\frac{1}{2}$ ۷ پنس فی مربع فٹ ہے۔ اگر قالین کی قیمت $\frac{1}{2}$ ۱۰ پنس فی مربع فٹ ہو اور قالین اور لکڑی کی جملہ مالیت ۱۴ پونڈ ۱۳ شلنگ $\frac{1}{4}$ ۳ پنس ہو تو بتاؤ کہ لکڑی کے حاشیہ کا عرض کیا ہوگا؟

۱۹۔۔۔ ایک ہی بلندی کے دو مستطیلی وضع کے کمرے ہیں۔ ایک کمرے کے ابعاد ۱۹ فٹ × ۱۴ فٹ اور دوسرے کے ابعاد ۱۰ فٹ × ۱۵ فٹ ہیں۔ ۲۷ انچ چوڑے کاغذ سے بحساب ۳ شلنگ ۹ پنس فی ۱۲ گز دیواروں پر کاغذ لگوانے میں ۳ پونڈ ۱۲ شلنگ $\frac{1}{4}$ ۲ پنس صرف ہوتے ہیں۔ کمروں کی بلندی دریافت کرو۔

۲۰۔۔۔ دو مربع وضع کے کمرے جن میں کا ایک بہ نسبت دوسرے کے ہر سمت میں ۲ فٹ زیادہ ہے مساوی بلند ہیں۔ اور $\frac{1}{2}$ ۶ پنس فی مربع گز کے حساب سے دیواروں پر کاغذ لگوانے میں بالترتیب ۴ پونڈ ۱۴ شلنگ ۹ پنس اور ۳ پونڈ ۸ شلنگ ۳ پنس صرف ہوتے ہیں بلندی دریافت کرو۔

۲۱۔۔۔ بتاؤ کہ ۱۲ انچ موٹی ناٹ میں سے $\frac{1}{2}$ ۱ انچ دبازت کے کتنے تختے کاٹے جا سکتے ہیں۔ جبکہ آرہ کی ہر کاٹ کے لیے $\frac{1}{4}$ انچ کی فضا درکار ہو۔

۲۲۔۔۔ ایک مربع کا رقبہ ۲۲۲۰۲ ہے: ایک ایسے مربع کا ضلع معلوم کرو جو اس کا

نصف ہو۔

۲۳ ــــ بتاؤکہ ۳۰ گز طول اور ۱۲ گز عرض کے کمرے کے فرش کے لیئے ایسے کتنے تختوں کی ضرورت ہوگی۔ جن کا طول ۱۰ فٹ اور عرض ۸ انچ ہے؟

۲۴ ــــ بتاؤکہ $2\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ کے حساب سے ۱۴ ایکڑ ۱۰۸۹ مربع گز رقبہ کے مربع وضع کے میدان کے گرد چلنے کے لئے کتنی مدت چاہیئے؟

۲۵ ــــ ۲ پونڈ ۱۴ شلنگ ۶ پنس فی ایکڑ کے حساب سے ایک مربع میدان کی قیمت ۲۷۰ پونڈ ۵ شلنگ ہوتی ہے۔ ۹ پنس فی گز کے حساب سے اس میدان کے گرد ٹٹی لگوانے کی اجرت معلوم کرو۔

۲۶ ــــ ۲۸ فٹ لمبے اور ۲۰ فٹ چوڑے فرش کے رقبہ اور اُس سے نصف ابعاد کے اور دو فرشوں کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔

(ز) رُڑکی انجنیری جماعت کا آخری امتحان

۲۷ ــــ ایک مربع کا احاطہ ۴۸ انچ ہے اور ایک دوسرے مربع کا احاطہ ۳۶ انچ ہے۔ ایک ایسے مربع کا احاطہ دریافت کرو جس کا رقبہ اُن دو مربعوں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

۲۸ ــــ ایک کمرے کا طول اُس کے عرض سے دوچند ہے۔ چھت کو بحساب $4\frac{1}{2}$ پنس فی مربع گز رنگ کروانے کی لاگت ۲ پونڈ ۱۲ شلنگ ۱ پنس ہوتی ہے اور اس کی دیواروں پر بحساب ۲ شلنگ ۴ پنس فی مربع گز روغن کروانے کی اُجرت ۲۵ پونڈ ہوتی ہے۔ کمرے کی بلندی دریافت کرو۔

۲۹ ــــ ایک کمرے کا طول ۱۵ فٹ ۸ انچ اور عرض ۱۱ فٹ ۳ انچ ہے بتاؤ کہ اُس کے فرش کے لیے $\frac{3}{4}$ گز عرض کی کتنی چٹائی درکار ہوگی اور اس کی قیمت بحساب ۲ آنے فی گز کیا ہوگی؟

۳۰ ــــ ایک مستطیلی صحن کا رقبہ ۲۰۰۰ مربع گز ہے اور اس کے اضلاع ۲۵ : ۱۶ کی نسبت میں ہیں صحن کے چاروں طرف مستقل چوڑائی میں پتھر کا راستہ بنایا گیا ہے اور اس کا رقبہ صحن کے رقبہ کا نصف ہے۔ راستہ کا عرض دریافت کرو۔

۳۱ـــــ ایک کمرے کا طول ۲۴ فٹ عرض ۱۹ فٹ ۶ انچ اور بلندی ۱۴ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ اس کی دیواروں کے لیے ۳/۴ گز عرض کا کتنے گز کاغذ درکار ہوگا؟

۳۲ـــــ ایک صندوق کو جس کے اوپر ڈھکنا نہیں ہے اور جو انچ دبیز لکڑی کا بنا ہوا ہے اندر اور باہر روغن کروانا مطلوب ہے۔ اس کا بیرونی طول عرض اور بلندی بالترتیب ۳، ۲ اور ۱½ فٹ ہیں بتاؤ کہ کتنے سطحی فٹ روغن اس کے لیے درکار ہوگا۔؟

(ح) رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ جماعت کا ماہانہ امتحان

۳۳ـــــ ایک جنگل میں جس کا طول ۸ میل اور عرض ۲½ میل ہے کتنے درخت ہونگے اگر اوسطاً ہر ایک مربع زنجیر میں ۴ درخت اُگتے ہوں؟

۳۴ـــــ ایک مستطیل باغ کا طول ۱۲۰ فٹ اور عرض ۹۰ فٹ ہے اس کے گرداگرد ایک راستہ ہے جس کا بیرونی کنارا باغ کی دیوار سے ۱۰ فٹ پر ہے۔ اور راستہ کا رقبہ باغ کے رقبہ کا ایک چوتھائی ہے: اِس کا عرض دریافت کرو۔

۳۵ـــــ ایک کمرے کا طول ۲۲ فٹ عرض ۲۰ فٹ اور بلندی ۱۳ فٹ ہے اس کی دیواروں پر کاغذ منڈھنے کے لیے ۵/۱۲ گز عرض کا کتنا کاغذ درکار ہوگا؟

۳۶ـــــ مربع وضع کے ایک کھیت کا رقبہ ۱۰ ایکر ہے اناج ایک۔ ایسے کسان سے کٹوایا جاتا ہے جو گرداگرد کام کرے۔ کسان کی کاٹ ۵ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ کھیت کا تین چوتھائی حصہ کاٹنے کے لیے کسان کو کتنی مرتبہ چکر کاٹنا پڑے گا؟

۳۷ـــــ ایک ریل کی سڑک کا طول ۴۴½ میل ہے اور اس کی تیاری کے لیے زمین کا اوسط عرض ۷۵ گز ہونا چاہیئے: اگر زمین ۵۰ پونڈ فی ایکر کے حساب سے خریدی جائے تو بتاؤ کہ کیا صرفہ ہوگا؟

۳۸ ـــــ ایک مستطیل کمرے کا طول ۱۲۰ فٹ اور عرض ۷۰ فٹ ہے۔ اس کے باہر کی طرف گرداگرد مستقل چوڑائی کا ایک ایسا راستہ بنا ہوا ہے جس کا رقبہ کمرے کے رقبہ کے مساوی ہے۔ راستہ کا عرض دریافت کرو۔

(ط) رڑکی اپر سب آرڈینیٹ جماعت کا آخری امتحان

۳۹ ـــــ ایک کمرے کا طول ۲۰ فٹ اور عرض ۱۶ فٹ ہے۔ اس کے بیچوں بیچ ۱۴ فٹ لمبا اور ۱۲ فٹ چوڑا ایک ترکی قالین بچھا ہوا ہے اگر بقیہ فرش پر موم جامہ بچھایا جائے تو بتاؤ کہ ۲۰ انچ چوڑا کس قدر موم جامہ درکار ہوگا؟

۴۰ ـــــ ایک کمرے کا طول ۲۰ فٹ، عرض ۱۶ فٹ اور بلندی $\frac{1}{2}$ ۱۰ فٹ ہے۔ اس میں دو دریچے ۶ فٹ × ۴ فٹ، ایک دروازہ ۷ فٹ × ۴ فٹ اور ایک آتشدان ۴ فٹ اونچا اور ۳ فٹ ۶ انچ چوڑا ہیں۔ بتاؤ کہ ۲۷ انچ چوڑا کاغذ اس کی دیواروں پر کتنا لگیگا؟

۴۱ ـــــ بتاؤ کہ ۳۰ فٹ لمبے اور ۲۰ فٹ چوڑے کمرے کے فرش کے لیے ایسے کتنے تختوں کی ضرورت ہوگی۔ جن کا طول ۱۲ فٹ ۶ انچ اور عرض $\frac{1}{2}$ ۹ انچ ہے؟

زائد سوالات امتحان

۴۲ ـــــ اگر اخبار ٹائمز کی روزانہ ۱۱۰۰۰ کاپیاں شائع ہوتی ہوں اور ہر کاپی دو اوراق پر مشتمل ہو اور ہر ورق کی تختی ۴ فٹ × ۳ فٹ ہو تو بتاؤ کہ ایک اڈیشن کتنے ایکر جگہ پر پھیلے گا؟

جامعۂ پنجاب۔ سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان۔

۴۳ ـــــ ایک باغ کا طول ۱۶۰ فٹ اور عرض ۱۲۰ فٹ۔ اس میں ایک حوض ہے جس کے گرداگرد ایک مستقل چوڑائی کا حاشیۂ زمین چھوڑا گیا ہے۔ جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا نصف ہے۔ حوض کا طول اور عرض دریافت کرو۔

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۴۴ ـــــ ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ ۱۵ ایکر اور طول اس کے عرض کا $\frac{1}{2}$ ۲ گنا ہے۔ اگر کوئی شخص اس کے گرد ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چار مرتبہ چکر لگائے تو کتنی مدت صرف ہوگی؟

(یورپین سکولز: فائینل صوبہ جات متحدہ)

۴۵ ـــــ ایک کمرے کا طول ۱۸ فٹ عرض ۱۵ فٹ اور بلندی ۱۲ فٹ ہے۔ اس میں دو دروازے ہر ایک ۷ فٹ × ۴ فٹ ہیں۔ اور زمین سے ۴ فٹ کی بلندی پر دو کھڑکیاں ۴ فٹ × ۳ فٹ

کی ہیں اور فرش سے ۲ ½ فٹ اونچا ایک روغنی حاشیہ بھی کمرے کے چاروں طرف ہے۔ اس کی دیواروں پر ایک آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے کاغذ لگوانے کی اُجرت دریافت کرو۔

۴۶ ـــــ ایک عمارت میں ۶۳ کھڑکیاں ہیں ان میں سے ۴۰ کھڑکیوں کو ۱۱ آئینے لگانے کے فریم ہر ایک "۲۰ × "۱۶ ہیں اور بقیہ کھڑکیوں کو ۹ فریم ہر ایک ۶ انچ مربع ہیں۔ ۲ روپے فی مربع فٹ کے حساب سے تمام فریموں میں آئینہ لگوانے کی لاگت معلوم کرو۔
(سُرٹا کی انجینیر۔ فائینل)

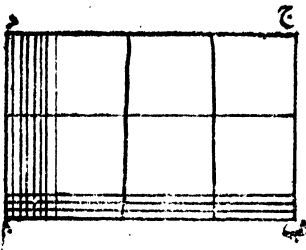
اثنا عشاریہ

۱۲ــــــ جب کسی مستطیل کے ابعاد مرکب مقادیر میں دیے ہوئے ہوں (یعنی دو یا زیادہ اکائیوں کی رقوم میں بیان کیے جائیں) تو مستطیل کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے ہم نے اس امر کو ضروری سمجھا کہ اُن دونوں کو ایک ہی اکائی کی رقوم میں بطور سادہ مقادیر کے ظاہر کیا جائے۔

اثنا عشاریہ کے استعمال سے یہ تحویل نظر انداز کی جا سکتی ہے۔

۱۳ــــــ مستطیل ا ب ج د پر غور کرو۔

د ج

ا ب

فرض کرو کہ اِس کا طول ا ب ۳ فٹ، ۱ انچ اور عرض ا د ۲ فٹ ۳ انچ کو تعبیر کرتے ہیں۔

ایک ہی پیمانہ پر ب سے ب ا پر تین ایسے طول قطع کرو کہ ہر ایک ایک فٹ کا تناظر ہو اور سات ایسے طول قطع کرو کہ ہر ایک ایک انچ کا تناظر ہو۔ اور اسی طرح د سے د ا پر دو ایسے طول قطع کرو کہ ہر ایک ۱ فٹ کو اور تین ایسے طول کہ ہر ایک ۱ انچ کو تعبیر کر سکے۔

نقاطِ تقسیم سے بالترتیب ا د اور ب ا کے متوازی خطوط کھینچو۔ اب ہمیں

معلوم ہوگا کہ مستطیل کا رقبہ تین مختلف جسامتوں کے کئی ٹکڑوں پر مشتمل ہے۔

بڑے سے بڑے ٹکڑے ایسے مربعوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کا ناپ ہر سمت میں ۱ فٹ ہے (یعنی مربع فٹ کو) اور ایسے ہمارے پاس ۳×۲ مربعے ہیں۔

چھوٹے چھوٹے ٹکڑے ایسے مربعوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کا ناپ ہر سمت میں ۱ انچ ہے (یعنی مربع انچ کو) اور ایسے ۷×۳ مربعے ہیں۔

بقیہ ٹکڑے ایسے مستطیلوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کے ناپ ۱ فٹ × ۱ انچ ہیں ہم انھیں سطحی اولیات کہیں گے اور اس صورت میں ان کی تعداد (۷×۲+۳×۳) ہوگی۔

پس مستطیل ا ب ج د ایک ایسے رقبہ کو تعبیر کرتا ہے جو—

(۱) ۳×۲ مربع فٹ = ۶ مربع فٹ

(۲) (۷×۲+۳×۳) سطحی اولیات = ۲۳ سطحی اولیات

(۳) ۷×۳ مربع انچ = ۲۱ مربع انچ

کے مجموعہ کے برابر ہے۔ اور چونکہ ایک سطحی اولی ایک ایسا مستطیل ہے جس کے ناپ ۱ فٹ × ۱ انچ ہیں اس لیے ظاہر ہے کہ

۱۲ مربع انچ = ایک سطحی اولی

۱۲ سطحی اولیات = ۱ مربع فٹ

ہم دیکھیں گے کہ ذیل کے عمل سے جس میں مستطیل کے ایک بُعد کی ہر رقم کو دوسرے بُعد کی ہر رقم سے ضرب دیا جاتا ہے نتیجۂ بالا حاصل ہوسکتا ہے۔

۳ فٹ	۷ انچ
۲ فٹ	۳ انچ
۳ × ۲ مربع فٹ	۷ × ۲ سطحی اولیات
۳ × ۳ " "	۷ × ۳ مربع انچ
۶ مربع فٹ	۲۳ سطحی اولیات — ۲۱ مربع انچ

اور چونکہ ۱۲ مربع انچ = ۱ سطحی اولی

اور ۱۲ سطحی اولیات = ۱ مربع فٹ

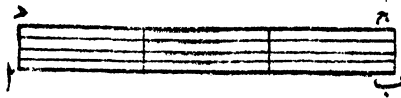
اس لیے یہ نتیجہ اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

۸ مربع فٹ ۰ سطحی اولیات ۹ مربع انچ

اس عمل سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ۲ انچ کو جب ۴ فٹ سے ضرب دیا جاتا ہے تو ۲×۴ سطحی اولیات حاصل ہوتے ہیں اور جب ۳ فٹ کو ۳ انچ سے ضرب دیا جاتا ہے تو ۳×۳ سطحی اولیات حاصل ہوتے ہیں۔

حقیقتاً ہم جس قانون کو فرض کر رہے ہیں وہ یہ ہے کہ مستطیل کے ایک بُعد میں کے فٹوں کی تعداد کو دوسرے بُعد میں کے انچوں کی تعداد سے ضرب دینے سے ہمیں رقبہ میں سطحی اولیات کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

اب اس کو ہم ثابت کریں گے۔

مستطیل ا ب ج د پر غور کرو۔

فرض کرو کہ ا ب ۳ فٹ کے طول اور ب ج ۴ انچ کے طول کو تعبیر کرتے ہیں۔

ا ب کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرو تاکہ ہر حصہ ایک فٹ کو تعبیر کرے اور ب ج کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرو تاکہ ہر حصہ ایک انچ کو ظاہر کرے۔

نقاطِ تقسیم سے بالترتیب ب ج اور ا ب کے متوازی خطوط کھینچو۔

اس طرح ہم نے مستطیل کو کئی مساوی حصص میں تقسیم کردیا ہے اور ہر حصہ ایک سطحی اولی کو تعبیر کرتا ہے۔

اور ان کی تعداد ۳×۴ ہے یعنی (ا ب میں فٹوں کی تعداد) × (ب ج میں انچوں کی تعداد)۔

پس ہم ذیل کے عام نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ۔

طولی فٹ × طولی انچ = سطحی اوّلیات

مثال بالا کا عمل اس طرح مختصر کیا جاسکتا ہے:-

انچ	فٹ
۷	۳
۳	۲
۲	۷
۹ ۱۰	
۹ ۰	۸

تشریح عمل۔ ۷ انچ × ۲ فٹ = ۱۴ سطحی اولیات
پس ۱ مربع فٹ حاصل آیا اور ۲ سطحی اولیات باقی رہے
۳ فٹ × ۲ فٹ = ۶ مربع فٹ اور حاصل کا ایک ملا کر
۷ مربع فٹ لکھے گئے۔ ۷ انچ × ۳ انچ = ۲۱ مربع انچ، ۱ سطحی
اوّلیات حاصل آیا اور باقی رہے ۹ مربع انچ۔
۳ فٹ × ۳ انچ = ۹ سطحی اولیات اور حاصل کا ۱ ملا کر ۱۰ سطحی اوّلیات لکھے گئے۔
اب جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے: ۹ مربع انچ ۱۰ اور ۲ = ۱۲ سطحی اولیات، یعنی ایک
مربع فٹ حاصل آیا اور باقی رہے ۲ سطحی اولیات ۱ اور ۷ = ۸ مربع فٹ۔

یہاں عمل کا انحصار ایسے مستطیل کی خاصیت پر ہے جس کا طول (ا + ب) اکائیاں اور جس کا عرض (ج + د) اکائیاں ہے۔ یعنی یہ کہ اُس کا رقبہ ایسے چار مستطیلوں کے رقبوں کا مجموعہ ہوتا ہے جن کے ناپ بالترتیب ا × د، ا × ج، ب × د، ب × ج مربع اکائیاں ہیں

	ب	ا
د	ب × د	ا × د
ج	ب × ج	ا × ج

مستطیل کی بحث میں ہم نے معلوم کیا ہے کہ ——

فٹ طول میں × فٹ عرض میں = مربع فٹ رقبہ میں
فٹ " × انچ " = سطحی اولیات رقبہ میں
انچ " × انچ " = مربع انچ رقبہ میں

یا ——

ا فٹ × ب فٹ = (ا ب) مربع فٹ

ا فٹ × ب انچ = (ا ب) سطحی اولیات

ا انچ × ب انچ = (ا ب) مربع انچ

جہاں ا اور ب ایسے اعداد ہیں جو مستطیل کے ابعاد کے ناپ ظاہر کرتے ہیں۔

اب ایک انچ کے بارھویں حصہ کو طول کی ایک زائد اکائی فرض کرو۔

ایک مستطیل کا رقبہ جس کی پیمائش ۱/۱۲ انچ × ۱/۱۲ انچ یعنی ۱/۱۴۴ مربع انچ ہوگی .... دفعہ ۸

اور ا انچ × ۱/۱۲ انچ پیمائش کے مستطیل کے رقبہ کا ناپ ۱/۱۲ مربع انچ ہوگا..... دفعہ ۸

اور ا فٹ × ۱/۱۲ انچ پیمائش کے مستطیل کے رقبہ کا ناپ ا مربع انچ ہوگا....... دفعہ ۸

اور اوپر کی طرح ہم ثابت کرسکتے ہیں کہ ——

ا (۱/۱۲ انچ) × ب (۱/۱۲ انچ) = ا ب (۱/۱۴۴ مربع انچ)

ا انچ × ب (۱/۱۲ انچ) = ا ب (۱/۱۲ مربع انچ)

ا فٹ × ب (۱/۱۲ انچ) = ا ب مربع انچ

جہاں ا اور ب ایسے اعداد ہیں جو مستطیل کے ابعاد کے ناپ کو ظاہر کرتے ہیں۔

اب تک ہم نے ا فٹ × ا انچ مستوی مستطیل کو ایک سطحی اوّلی کے نام سے نامزد کیا ہے۔ اب ہم اس اصطلاح کا اطلاق کسی بھی معیاری اکائی کے بارھویں حصے پر کرینگے اور اس طرح ہم ایک طولی فٹ کے بارھویں حصہ (یعنی ایک انچ) کو طولی اوّلی اور ایک مکعب فٹ کے بارھویں حصے کو ایک مکعب فٹ یا ٹھوس اوّلی کہیں گے۔

نیز کسی اوّلی کے بارھویں حصہ کو خواہ وہ طولی ہو سطحی ہو یا مکعبی ہو ایک ثانوی کے نام سے موسوم کرینگے۔

اور اس اثنا اعشاریہ تقسیم کی حسب خواہش توسیع کی جاسکتی ہے۔

پس

ا معیاری اکائی = ۱۲ اولیات (طریقہ کتابت ۱۲')

ا اوّلی = ۱۲ ثانویات (طریقۂ کتابت ۱۲″)

ا ثانوی = ۱۲ ثلاثیات (طریقۂ کتابت ۱۲‴)

وغیرہ وغیرہ

نتائج بالا کو اب ہم اس طرح بیان کرسکتے ہیں :—

جب کسی مستطیل سے بحث ہو تو—

ا فٹ × ب فٹ = ا ب مربع فٹ

ا فٹ × ب طولی اوّلیات = ا ب سطحی اوّلیات

ا فٹ × ب طولی ثانویات = ا ب 〃 ثانویات

ا طولی اوّلیات × ب طولی اوّلیات = ا ب 〃 〃

ا 〃 〃 × ب 〃 ثانویات = ا ب 〃 ثلاثیات

ا 〃 ثانویات × ب 〃 ثانویات = ا ب 〃 رابعیات

ا فٹ × ب فٹ = ا ب مربع فٹ

ا فٹ × ب′ = (ا ب)′

ا فٹ × ب″ = (ا ب)″

ا′ × ب′ = (ا ب)″

ا′ × ب″ = (ا ب)‴

ا″ × ب″ = (ا ب)⁗

جہاں قوت نما سے اکائی کا درجہ ظاہر ہوتا ہے۔

اجزائے ضربی کے درجے اور ان کے حاصل ضرب کے درجے کا تعلق یہاں قابل غور ہے اور نتائج بالا سے ہم ذیل کا قاعدہ منضبط کرسکتے ہیں :—

حاصلِ ضرب کا درجہ اُس کے اجزائے ضربی کے درجوں کا مجموعہ ہوتا ہے۔

توضیحی مثالیں

۱۴—

مثال ۱:- ۱۵ فٹ $۸\frac{۱}{۲}$ انچ کو اثنا اعشاریہ میں بیان کرو۔

۱۵ فٹ $۸\frac{۱}{۲}$ انچ $= \left(۱۵ + \frac{۸\frac{۱}{۲}}{۱۲}\right)$ فٹ

$= \left(۱۵ + \frac{۸}{۱۲} + \frac{۱}{۲۴}\right)$ فٹ

$= \left(۱۵ + \frac{۸}{۱۲} + \frac{۶}{۱۴۴}\right)$ فٹ

$=$ ۱۵ فٹ $۸'$ $۶''$

مثال ۲:- ۲۹ مربع فٹ ۷۶ مربع انچ کو اثنا اعشاریہ میں ظاہر کرو۔

۲۹ مربع فٹ ۷۶ مربع انچ $=$ $۲۹\frac{۷۶}{۱۴۴}$ مربع فٹ

$= \left(۲۹ + \frac{۷۲}{۱۴۴} + \frac{۴}{۱۴۴}\right)$ مربع فٹ

$= \left(۲۹ + \frac{۶}{۱۲} + \frac{۴}{۱۴۴}\right)$ مربع فٹ

$=$ ۲۹ مربع فٹ $۶'$ $۴''$

مثال ۳:- ۱۰۵ مکعب فٹ $۸۳۷\frac{۱}{۳}$ مکعب انچ کو اثنا اعشاریہ میں بیان کرو۔

۱۰۵ مکعب فٹ $۸۳۷\frac{۱}{۳}$ مکعب انچ $=$ $۱۰۵\frac{۸۳۷\frac{۱}{۳}}{۱۷۲۸}$ مکعب فٹ

$= \left(۱۰۵ + \frac{۷۲۰}{۱۷۲۸} + \frac{۱۱۷\frac{۱}{۳}}{۱۷۲۸}\right)$ مکعب فٹ

$= \left(۱۰۵ + \frac{۵}{۱۲} + \frac{۱۰۸}{۱۷۲۸} + \frac{۹}{۱۷۲۸} + \frac{۱}{۵۱۸۴}\right)$ مکعب فٹ

= (۱۰۵ + $\frac{۵}{۱۲}$ + $\frac{۹}{۱۴۴}$ + $\frac{۹}{۱۷۲۸}$ + $\frac{۴}{۲۰۷۳۶}$) مکعب فٹ

= ۱۰۵ مکعب فٹ ۵' ۹'' ۹''' ۴''''

مثال ۴:— اثنا اعشاریہ کے طریقہ سے ایک ایسے مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جس کا ناپ ۷ فٹ ۹ انچ × ۵ فٹ ۱۰ انچ ہے۔

مستطیل کا رقبہ = ۷ فٹ ۹ انچ × ۵ فٹ ۱۰ انچ .... دفعہ ۸

فٹ	پرائم	
۷	۹	
۵	۱۰	
۳۸	۹	
۶	۵	۶
۴۵	۲	۶

∴ مستطیل کا رقبہ = ۴۵ مربع فٹ ۲ سطحی اولیات ۶ مربع انچ

مثال ۵:— اثنا اعشاریہ کے طریقہ سے ایک ایسے مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جس کا طول ۶ فٹ، ۷ انچ اور انچ کے چہار بارہویں حصے اور جس کا عرض ۳ فٹ ۸ انچ اور انچ کے سات بارہویں حصے ہے۔

مستطیل کا رقبہ = ۶ فٹ، ۷ انچ ۴ بارہواں × ۳ فٹ ۸ انچ، ۷ بارہواں حصے ..... دفعہ ۸

= ۶ فٹ، ۷ اولیات ۴ ثانویات × ۳ فٹ ۸ اولیات، ۷ ثانویات

= ۶ فٹ ۷' ۴'' × ۳ فٹ ۸' ۷''

۶ فٹ	۷'	۴''		
۳ فٹ	۸'	۷''		
۱۹	۱۰'	۰''		
۴	۴'	۱۰''	۸'''	
	۳'	۱۰''	۳'''	۴''''
۲۴	۶'	۸''	۱۱'''	۴''''

:. مستطیل کا رقبہ = ۲۴ مربع فٹ ۶ سطحی اولیات ۸ مربع انچ (یا سطحی ثانویات) ۱۱ سطحی ثلاثیات ۴ سطحی ربعیات

امثلہ نمبری (۳)

ذیل کے طول، رقبوں اور حجموں کو اثنا اعشاریہ میں بیان کرو۔

۱- ۳ فٹ ۷ انچ
۲- ۱۳ فٹ $\frac{1}{2}$ ۸ انچ
۳- ۹ فٹ $\frac{3}{4}$ ۶ انچ
۴- ۱۰ فٹ $\frac{1}{2}$ ۷ انچ
۵- ۸ فٹ $\frac{1}{8}$ ۹ انچ
۶- ۶ مربع فٹ ۲۴ مربع انچ
۷- ۱۰ مربع فٹ ۵۲ مربع انچ
۸- ۸ مربع فٹ ۱۰۳ مربع انچ
۹- ۱۳ مکعب فٹ ۳۴۶ مکعب انچ
۱۰- ۱۲ مکعب فٹ ۷۳۱ مکعب انچ
۱۱- ۱۶ مکعب فٹ ۹۶۳ مکعب انچ
۱۲- ۱۸ مکعب فٹ $\frac{1}{2}$ ۱۳۶۲ مکعب انچ

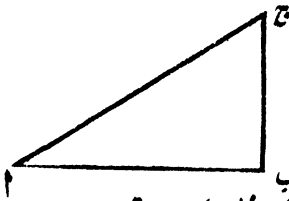
ذیل کے ابعاد کے مستطیلوں کے رقبے اثنا اعشاریہ کے طریقہ سے دریافت کرو:۔

۱۳- ۳ فٹ ۷ انچ؛ ۲ فٹ
۱۴- ۴ فٹ؛ ۳ فٹ ۶ انچ
۱۵- ۷ فٹ ۹ انچ؛ ۵ فٹ ۴ انچ
۱۶- ۸ فٹ ۲ انچ؛ ۳ فٹ ۱۰ انچ
۱۷- ۶ فٹ ۸ انچ؛ ۷ فٹ ۴ انچ
۱۸- ۷ انچ ۹ بارہویں؛ ۶ انچ
۱۹- ۸ انچ ۸ بارہویں؛ ۷ انچ ۵ بارہویں
۲۰- ۶ فٹ ۷ انچ ۱۰ بارہویں؛ ۵ فٹ ۸ انچ
۲۱- ۱۰ فٹ ۶ انچ ۸ بارہویں؛ ۷ فٹ ۵ انچ ۴ بارہویں
۲۲- ۹ فٹ ۱۰ انچ ۷ بارہویں؛ ۴ فٹ ۶ انچ ۸ بارہویں

باب چہارم

قائم الزاویہ مثلث

۱۵۔ قائم الزاویہ مثلث ایسی تین ضلعی مستقیم شکل کو کہتے ہیں جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو۔
قائم الزاویہ مثلث میں زاویۂ قائمہ کے مقابل کے ضلع کو وتر کہتے ہیں۔
قائم الزاویہ مثلث کے وہ اضلاع جن سے زاویۂ قائمہ بنتا ہے بالترتیب قاعدہ اور عمود کہلاتے ہیں۔

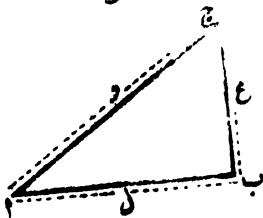
ج

پس قائم الزاویہ △ ا ب ج میں
ا ج وتر ہے۔ ا ب قاعدہ اور ب ج عمود ہے۔
قائم الزاویہ مثلث میں قاعدہ اور عمود عموماً

ا ب

"زاویۂ قائمہ بنانے والے ضلعے یا زاویہ قائمہ کے گرد کے ضلعے" کہلاتے ہیں۔

مسئلہ (۲)

۱۶۔ قائم الزاویہ مثلث کا وتر معلوم کرنا جبکہ اسکا قاعدہ اور عمود دیئے ہوئے ہوں

ج و ع ب ا ل

فرض کرو کہ ا ب ج ایک قائم الزاویہ مثلث ہے اور قاعدہ ا ب اور عمود ب ج کے ناپ ایک ہی طول اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ل اور ع ہیں۔ مطلب یہ ہے کہ وتر ا ج، ل اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

∵ چونکہ ۔۔ ا ج پر کا مربع = ا ب پر کا مربع + ب ج پر کا مربع ....اقلیدس مقالہ اول شکل ۴۷

لیکن ا ب پر کا مربع = ل^2 مربع اکائیاں .... دفعہ ۹

اور ب ج پر کا مربع = ع^2 مربع اکائیاں .... دفعہ ۹

∴ ا ج پر کا مربع = $(\text{ل}^2 + \text{ع}^2)$ مربع اکائیاں

∴ ا ج = $\sqrt{\text{ل}^2 + \text{ع}^2}$ طولی اکائیاں .... دفعہ ۹

پس قاعدہ - قائم الزاویہ مثلث کے زاویۂ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں طولی اکائیوں کی تعداد کے مربعوں کا مجموعہ دریافت کرو۔ تب اس مجموعہ کا جذر المربع اُس کے وتر میں متناظر طولی اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کریگا۔

یا مختصراً - قائم الزاویہ مثلث کا وتر = $\sqrt{(\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2}$

یعنی و = $\sqrt{\text{ل}^2 + \text{ع}^2}$ .... (۱)

پھر چونکہ

$$(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$$

∴ $(\text{قاعدہ})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{عمود})^2$

$(\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2$

∴ قاعدہ = $\sqrt{(\text{وتر})^2 - (\text{عمود})^2}$

عمود = $\sqrt{(\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2}$

∴ ل = $\sqrt{\text{و}^2 - \text{ع}^2}$ .... (۲)

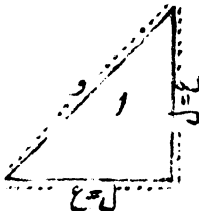
ع = $\sqrt{\text{و}^2 - \text{ل}^2}$ .... (۳)

نوٹ - اکثر اوقات جملہ $\sqrt{\text{و}^2 - \text{ع}^2}$ کے بجائے جملہ $\sqrt{(\text{و} - \text{ع})(\text{و} + \text{ع})}$ اور جملہ $\sqrt{\text{و}^2 - \text{ل}^2}$ کے بجائے جملہ $\sqrt{(\text{و} - \text{ل})(\text{و} + \text{ل})}$ استعمال کرنے میں سہولت ہوتی ہے خصوصاً جبکہ بڑے اعداد شامل ہوں -

۱۷ — خاص صورتیں

(۱) مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث -

اس صورت میں قاعدہ = عمود

اب کسی قائم الزاویہ مثلث کا وتر

= $\sqrt{(\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2}$ .... دفعہ ۱۶

∴ مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا وتر = $\sqrt{۲ \times (\text{قاعدہ})^۲}$ یا $\sqrt{۲ \times (\text{عمود})^۲}$

و = $\sqrt{۲ \text{ل}^۲}$ یا $\sqrt{۲ \text{ع}^۲}$

= ل $\sqrt{۲}$ یا ع $\sqrt{۲}$ .... (۱)

اس لئے مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا قاعدہ یا عمود = $\frac{\text{وتر}}{\sqrt{۲}}$

ل = $\frac{\text{و}}{\sqrt{۲}}$ .... (۲)

ع = $\frac{\text{و}}{\sqrt{۲}}$ .... (۳)

نوٹ — مربع کا وتر مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا وتر ہوتا ہے۔

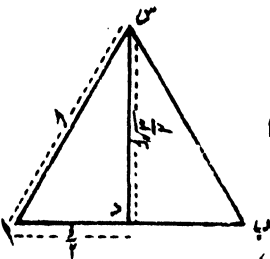
۲ — مثلث مساوی الاضلاع

اس صورت میں تینوں اضلاع آپس میں ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔
فرض کرو کہ مثلث مساوی الاضلاع ا ب س کے ہر ایک ضلع کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ا ہے یعنی ا ب = ب س = س ا = ا طولی اکائیاں

تب اگر س د، ا ب پر عمود ہو تو

ا د = $\frac{\text{ا}}{۲}$ طولی اکائیاں

اب س د^۲ = ا س^۲ − ا د^۲ .... دفعہ ۱۶

∴ س د^۲ = ا^۲ − $\left(\frac{\text{ا}}{۲}\right)^۲$

= $\left(\text{ا}^۲ - \frac{\text{ا}^۲}{۴}\right)$ مربع اکائیاں

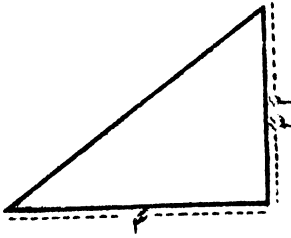
= $\frac{۳\text{ا}^۲}{۴}$ مربع اکائیاں

∴ س د = $\frac{\text{ا}\sqrt{۳}}{۲}$ طولی اکائیاں

یہ اہم نتیجہ اس طرح بیان کیا جاسکتا ہے:

مثلث مساوی الاضلاع کا ارتفاع = ضلع × $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۱۸— توضیحی مثالیں

مثال ۱— ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ اور عمود بالترتیب ۳ فٹ اور ۲ فٹ ۳ انچ ہیں۔ اُس کا وتر دریافت کرو۔

وتر = $\sqrt{(\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2}$ انچ .... دفعہ ۱۶

جہاں قاعدہ = (۳ × ۱۲) = ۳۶ انچ

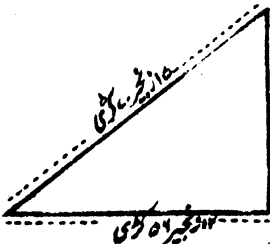
عمود = (۲ × ۱۲ + ۳) = ۲۷ انچ

∴ وتر = $\sqrt{(۳۶)^2 + (۲۷)^2}$ انچ

= $\sqrt{۲۰۲۵}$ انچ

= ۴۵ انچ

= ۳ فٹ ۹ انچ

مثال ۲— قائم الزاویہ مثلث کی وضع کے ایک قطعۂ زمین کے وتر کا طول ۱۵ زنجیر ۷۰ کڑی اور باقی سرحدوں میں سے ایک کا طول ۱۲ زنجیر ۵۶ کڑی ہے بقیہ سرحد کا طول دریافت کرو۔

بقیہ سرحد = $\sqrt{(\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2}$ .... دفعہ ۱۶

جہاں وتر = ۱۵ زنجیر ۷۰ کڑی = ۱۵۷۰ کڑی

قاعدہ = ۱۲ زنجیر ۵۶ کڑی = ۱۲۵۶ کڑی

∴ بقیہ سرحد = $\sqrt{(۱۵۷۰)^2 - (۱۲۵۶)^2}$ کڑی

= $\sqrt{(۱۵۷۰ - ۱۲۵۶)(۱۵۷۰ + ۱۲۵۶)}$ کڑی

= $\sqrt{۸۸۷۳۶۴}$ کڑی

= ۹۴۲ کڑی

= ۹ زنجیر ۴۲ کڑی

مثال ۳ ـــ ایک مربع کا ضلع ۲ فٹ ۹ انچ ہے اس کا وتر دریافت کرو۔ مربع کا وتر ایک ایسے مساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہوتا ہے جس کا قاعدہ اور عمود مربع کے ضلعے ہوتے ہیں۔۔ دفعہ ۱۷

∴ مربع کا وتر = ضلع × $\sqrt{۲}$ .. .. دفعہ ۱۷

اگر ضلع = ۲ فٹ ۹ انچ = (۲ × ۱۲ + ۹) = ۳۳ انچ تو

مربع کا وتر = ۳۳ × $\sqrt{۲}$ انچ

= ۳۳ × ۱٫۴۱۴۲۱..... انچ

= ۴۶٫۶۶..... انچ

مثال ۴ ـــ ایک مربع کا وتر ۵ زنجیر ۲۰ کڑی ہے۔ اس کا ضلع دریافت کرو۔

مربع کا ضلع = $\frac{\text{وتر}}{\sqrt{۲}}$ زنجیر .... دفعہ ۱۷

جہاں وتر = ۵٫۲ زنجیر

∴ مربع کا ضلع = $\frac{۵٫۲}{\sqrt{۲}}$ زنجیر

= $\frac{\sqrt{۲} \times ۵٫۲}{\sqrt{۲} \times \sqrt{۲}}$ زنجیر

= $\frac{\sqrt{۲} \times ۵٫۲}{۲}$ زنجیر

= $\sqrt{۲}$ × ۲٫۶ زنجیر

= ۳٫۶۷۶۹... زنجیر

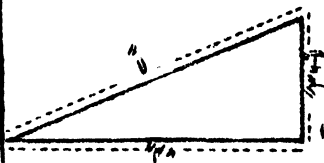
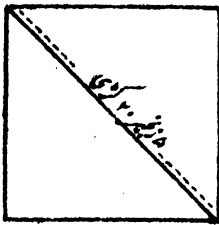
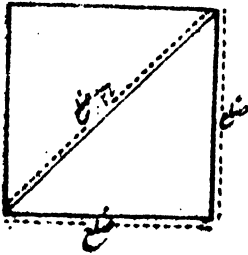
= ۳ زنجیر ......۶۷٫۶۹ کڑی

مثال ۵ ـــ ایک قائم الزاویہ مثلث کا قاعدہ ۴۸ انچ ہے اور اس کے وتر اور ارتفاع کا فرق ۳۶ انچ ہے۔ وتر اور ارتفاع دریافت کرو۔

فرض کرو کہ وتر = لا انچ

تب ارتفاع = (لا − ۳۶) انچ

لیکن ارتفاع = $\sqrt{(\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2}$ انچ ...... دفعہ ۱۶

جہاں وتر = لا انچ اور قاعدہ = ۴۸ انچ

∴ ارتفاع = $\sqrt{(\text{لا})^2 - (\text{۴۸})^2}$ انچ

∴ $(\text{لا} - \text{۳۶}) = \sqrt{(\text{لا})^2 - (\text{۴۸})^2}$

∴ $\text{لا}^2 - \text{۷۲}\,\text{لا} + (\text{۳۶})^2 = \text{لا}^2 - (\text{۴۸})^2$

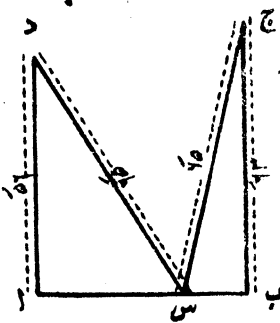
∴ $\text{۷۲}\,\text{لا} = \text{۲۳۰۴} + \text{۱۲۹۶}$

$= \text{۳۶۰۰}$

∴ $\text{لا} = \frac{\text{۳۶۰۰}}{\text{۷۲}} = \text{۵۰}$

∴ $\text{لا} - \text{۳۶} = \text{۵۰} - \text{۳۶} = \text{۱۴}$

∴ وتر ۵۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۴ انچ ہے

مثال ۶ ـــــ ایک سیڑھی کو سڑک کے ایک رُخ پر رکھا گیا تو وہ ۶۳ فٹ اونچے دریچے تک پہنچی۔ پھر اُسے سڑک کے دوسرے رُخ پر پلٹ دیا گیا تو وہ ۵۶ فٹ بلندی تک پہنچی۔ اگر سیڑھی کا طول ۶۵ فٹ ہو تو سڑک کا عرض دریافت کرو۔

فرض کرو کہ خط ا ب سڑک کے عرض کو ظاہر کرتا ہے اور نقطہ س سیڑھی کے پائین کو۔ اب ہمیں حسب ذیل پیمائشیں حاصل ہوتی ہیں:

س ج = س د = ۶۵ فٹ

ب ج = ۶۳ فٹ

ا د = ۵۶ فٹ

پس ا س = $\sqrt{(\text{۶۵})^2 - (\text{۵۶})^2}$ فٹ .... دفعہ ۱۶

= ۳۳ فٹ

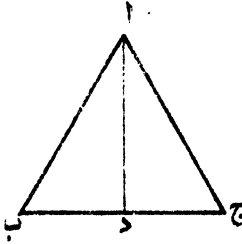
اور س ب = $\sqrt{(\text{۶۵})^2 - (\text{۶۳})^2}$ فٹ .... دفعہ ۱۶

= ۱۶ فٹ

لیکن سڑک کا عرض = ا س + س ب

∴ سڑک کا عرض = (۳۳ + ۱۶) فٹ

= ۴۹ فٹ

مثال ۷ — ایک کھیت مساوی الاضلاع مثلث کی وضع کا ہے اِس کی احاطہ بندی کی لاگت ۳ آنہ فی فٹ کے حساب سے ۵۶ روپیہ ۴ آنہ ہوتی ہے۔ اس کے کسی راس سے مقابل کے ضلع کے وسطی نقطہ کا فاصلہ دریافت کرو۔

مثلث کا احاطہ = (۵۶ روپیہ ۴ آنہ)/(۳ آنہ) فٹ

= ۹۰۰/۳ فٹ

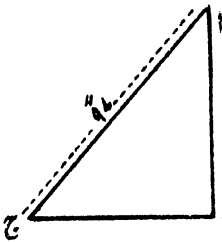
= ۳۰۰ فٹ

∴ مثلث کا ہر ایک ضلع = ۳۰۰/۳ = ۱۰۰ فٹ

لیکن اگر مساوی الاضلاع مثلث ا ب ج کا ایک ضلع ا ب کا ناپ ۱۰۰ فٹ ہو تو اسے ب ج پر کا عمود ا د یعنی کسی راس سے اُس کے مقابل کے ضلع کے وسطی نقطہ کا فاصلہ ذیل سے حاصل ہوگا۔

(۱۰۰√۳)/۲ فٹ = ۵۰ × ۱٫۷۳۲.... فٹ .... دفعہ ۱۷

= ۸۶٫۶.... فٹ

مثال ۸ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا احاطہ ۲۳۴ انچ اور اُس کا وتر ۹۷ انچ ہے۔ اس کے باقی دو ضلعوں کے طول دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ا ب ج ایک ایسا قائم الزاویہ مثلث ہے جس کا ب پر کا زاویہ ایک قائمہ ہے تو ا ج کا طول ۹۷ انچ ہوگا۔

فرض کرو کہ ا ب = لا انچ اور ب ج = ما انچ

اب ∵ (لا + ما)² + (لا − ما)² = ۲ (لا² + ما²) = ۲ × (۹۷)² .... دفعہ ۱۶

لیکن (لا + ما) = ۲۳۴ − ۹۷ = ۱۳۷

∴ (لا − ما) = √(۲ × (۹۷)² − (۱۳۷)²)

= √(۱۸۸۱۸ − ۱۸۷۶۹)

= √۴۹

= ۷

لیکن لا + ما = ۱۳۷

∴ لا = ۷۲

اور ما = ۶۵

پس دیے ہوئے قائم الزاویہ مثلث کے باقی دو ضلعوں کے طول بالترتیب ۷۲ انچ اور ۶۵ انچ ہیں۔

مثال ۹ — ایک مقام سے دو سڑکیں ایک دوسری سے ۱۵۰° کے زاویہ پر منتج ہوتی ہیں۔ دو شخص اس مقام سے مختلف سڑکوں پر بالترتیب ۳ اور ½ ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتاروں سے روانہ ہوتے ہیں تباؤ کہ اپنی اپنی سڑک پر مسلسل ۴ گھنٹوں تک سفر کرنے کے بعد ان کے درمیان براہ راست کتنا فاصلہ ہوگا؟

اگر ا ب اور ا ج دونوں آدمیوں کے علیحدہ علیحدہ طے کردہ فاصلوں کو تعبیر کریں تو ب س اس فاصلہ کو ظاہر کرے گا جو چوتھے گھنٹہ کے اختتام پر اُن دونوں کے درمیان ہوگا

چونکہ ∠ س ا ب = ۱۵۰°

∴ ∠ د ا ب = ۳۰°

اور ∠ د ب ا = ۹۰°

∴ ا د = ا ب √۳ / ۲ .... دفعہ ۱۷

لیکن ا ب کا طول = ۳ × ۴ = ۱۲ میل

∴ ا د کا طول = ۶ √۳ میل

∴ ج د = ج ا + ا د = (۱۴ + ۶ √۳) میل

پھر ب د = ½ × ا ب .... دفعہ ۱۷

= ۶ میل

اور ب ج = √(ج د² + د ب²) .... دفعہ ۱۶

∴ ب ج = √((۱۴ + ۶ √۳)² + (۶)²) میل

= √(۳۴۰ + ۱۶۸ × √۳) میل

= √(۶۳۰٫۹۸۴۵.....) میل

= .... ۱۱ / ۲۵ میل

مثال ۱۰ ــــ ایک قائم الزاویہ مثلث کا ارتفاع اُس کے قاعدہ کے $\frac{۱۱}{۱۲}$ سے بقدر ۶ انچ کم ہے۔ اور اس کا وتر قاعدہ کے $\frac{۵}{۴}$ سے بقدر ۳ انچ کم ہے۔ قاعدہ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ قاعدہ = لا انچ

تو ارتفاع = ($\frac{۱۱}{۱۲}$ لا − ۶) انچ

اور وتر = ($\frac{۵}{۴}$ لا − ۳) انچ

لیکن (وتر)^۲ = (قاعدہ)^۲ + (ارتفاع)^۲ .... دفعہ ۲۹

$\therefore$ ($\frac{۵}{۴}$ لا − ۳)^۲ = لا^۲ + ($\frac{۱۱}{۱۲}$ لا − ۶)^۲

اِس مساوات کو حل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ

لا = ۳۶

$\therefore$ قاعدہ کا طول ۳۶ انچ ہے۔

امثلہ نمبری ۴ (ا)

ذیل کے ہر ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر دریافت کرو جن میں زاویۂ قائمہ کے گرد کے اضلاع بالترتیب حسب ذیل ہیں:-

۱ ــ ۳۰ انچ ، ۷۲ انچ

۲ ــ ۷۵ گز ، ۱۰۰ گز

۳ ــ ۱۷۶ گز ، ۱۵۹ گز ۱ فٹ

۴ ــ ۹ گز ۲ فٹ ۲ انچ ، ۳ گز ۱ فٹ (جواب گز فٹ اور انچ میں مطلوب ہے)

۵ ــ ۱ میل ۵ فرلانگ ۲ پول ، ۴ فرلانگ ۵ پول (جواب میل، فرلانگ اور پول میں بیان کرو)

۶ ــ ۷ زنجیر ۱۴ کڑی ، ۹ زنجیر ۵۲ کڑی (جواب زنجیر اور کڑی میں چاہیئے)

۷ ــ ۱۹ زنجیر ۵ کڑی ، ۲۲ زنجیر (" ")

۸ ــ ۴۰۷ ، ۲ کڑی ، ۷۷ ، ۲۸ کڑی (جواب زنجیر میں درکار ہے)

ذیل کے ہر ایک قائم الزاویہ مثلث کا بقیہ ضلع دریافت کرو جس میں وتر اور ایک ضلع بالترتیب حسب ذیل ہیں

۹ — ۱۶۲ کڑی ، ۱۳۶ کڑی

۱۰ — ۵٫۶ انچ ، ۶٫۵ انچ

۱۱ — ۲ فٹ ۱ انچ ، ۲ فٹ

۱۲ — ۹ میل ۲ فرلانگ ، ۸ میل ۶ فرلانگ

۱۳ — ۷ زنجیر ۸۰ کڑی ، ۳ زنجیر ۹۶ کڑی

۱۴ — ۸ میل ۶ فرلانگ ۳۶ پول ، ۳ میل ۱ فرلانگ ۳۶ پول

۱۵ — کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۱۲۶ گز اور اُس کے وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۴۲ گز ہے۔ وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔

۱۶ — ایک مربع کا ضلع ۱ فٹ ۶ انچ ہے۔ مربع کے وسطی نقطہ کا راسوں سے فاصلہ دریافت کرو۔

۱۷ — ۱۵ فٹ لمبی سیڑھی ایک دیوار سے انتصاباً کھڑی ہوئی ہے۔ سیڑھی کے نچلے سرے کو کس قدر کھینچا جائے کہ اُس کا بالائی سرا ۳ فٹ نیچے اُتر آئے؟

۱۸ — کسی قائم الزاویہ مثلث کے وتر اور ایک ضلع کا مجموعہ ۱۵۳ انچ اور اس کا دوسرا ضلع ۵۱ انچ ہے۔ وتر معلوم کرو۔

۱۹ — ایک مستطیل کے ابعاد بالترتیب ۲ فٹ اور ۳ فٹ ۹ انچ ہیں۔ اُس کا وتر دریافت کرو۔

۲۰ — ایک ایسے مربع کا وتر دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۱۳ انچ ہے۔

۲۱ — ایک مساوی الساقین مثلث کے مساوی اضلاع کا طول ۴ فٹ ۲ انچ ہے اور اس کا قاعدہ ۶ فٹ ۸ انچ ہے: راس سے قاعدہ پر کھینچے ہوئے عمود کا طول دریافت کرو۔

۲۲ — ۹ فٹ ۲ انچ لمبی سیڑھی ایک مکان کی کھڑکی تک عین پہنچ سکتی ہے۔ اگر سیڑھی کا و مکان کی دیوار سے ۵ فٹ ۶ انچ کے فاصلہ پر ہو تو زمین سے کھڑکی کی بلندی دریافت کرو۔

۲۳ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۵ زنجیر ہے اور ارتفاع قاعدہ کا دوچند ہے۔ اعتاریہ کے دوسرے مقام تک اُس کا ارتفاع دریافت کرو۔

۲۴ — ایک کھیت قائم الزاویہ مثلث مساوی الساقین کی شکل کا ہے اور اس کے وتر کا طول ۱۰۰ گز ہے۔ ۳ روپیہ فی گز کے حساب سے قریب ترین آنہ تک اس کی احاطہ بندی کی لاگت دریافت کرو۔

۲۵ —— ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلکر اگر کوئی شخص ۴ منٹ میں ایک مربع کے وتر کو عبور کرسکے تو قریب ترین فٹ تک مربع کا احاطہ دریافت کرو۔

۲۶ —— کسی سیڑھی کو ایک گلی کے ایک رُخ پر اس طرح رکھا گیا کہ وہ ۳۶ فٹ بلند دریچے تک پہنچے۔ پھر اُسے گلی کے دوسرے رُخ پر پلٹا دیا گیا تو وہ ۲۴ فٹ بلندی تک پہنچی۔ اگر سیڑھی کا طول ۴۰ فٹ ہو تو سڑک کا عرض دریافت کرو۔

۲۷ —— ایک شہر ا دوسرے شہر ب سے شمال کو ۲۳ میل کے فاصلہ پر ہے اور ایک تیسرے شہر ج سے مغرب کو ۲۰۴ میل کے فاصلہ پر ہے۔ بتاؤ کہ ب، ج سے کتنی دُور ہے؟

۲۸ —— ۴۶ فٹ ۵ انچ طول کی ایک رسی کسی جھنڈے کی لکڑی کی چوٹی سے زمین کے ایک ایسے نقطہ تک پہنچتی ہے جس کا فاصلہ لکڑی کے پایہ سے ۱۳ فٹ ۹ انچ ہے۔ جھنڈے کی لکڑی کی بلندی دریافت کرو۔

۲۹ —— سو فٹ بلند مینار کے سامنے ایک خندق واقع ہے۔ خندق کا عرض دریافت کرو۔ اگر مینار کی چوٹی اور خندق کے مقابل کنارہ کو ملانے والے خط مستقیم کا طول ۱۱۸ فٹ ہو۔

۳۰ —— ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۱۸ زنجیر ہے دونوں ضلعوں کے طول دریافت کرو اگر ایک ضلع دوسرے کا تین چوتھائی ہو۔

امثلہ نمبری ۴ (ب)

ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کے وتر دریافت کرو جن میں زاویۂ قائمہ کے گرد کے اضلاع حسب ذیل ہیں۔

۳۱ —— ۲۴ راسی، ۷ راسی	۳۲ —— ۱۳ ہاتھ، ۸۴ ہاتھ
۳۳ —— ۸۵ گرہ، ۱۳۲ گرہ	۳۴ —— ۶۰ ہاتھ، ۲۲۱ ہاتھ
۳۵ —— ۷۶ گز، ۳۵۷ گز	۳۶ —— ۱۴۵ راسی، ۴۰۸ راسی

ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کا بقیہ ضلع دریافت کرو جن میں وتر اور ایک ضلع بالترتیب حسبِ ذیل ہیں:—

۳۷ —— ۴۱ ہاتھ، ۴۰ ہاتھ	۳۸ —— ۵۳ راسی، ۴۵ راسی
۳۹ —— ۱۰۹ گرہ، ۹۱ گرہ	۴۰ —— ۱۳۷ ہاتھ، ۸۸ ہاتھ
۴۱ —— ۲۰۵ گز، ۱۸۷ گز	۴۲ —— ۴۰۹ راسی، ۳۹۱ راسی

سوالات امتحانات —— ۴

۱ — ایک قائم الزاویہ مثلث کے ضلعوں کا فرق ۲۱ فٹ اور اس کا وتر ۳۹ فٹ ہے دونوں

ضلعوں کی لمبائی دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۲ ــــ ایک سیڑھی جس کا طول ۲۴ فٹ ہے ایک دیوار سے سیدھی انتصاباً لگی ہوئی ہے۔ بتاؤ کہ سیڑھی کے پائین کو کس قدر کھینچا جائے تاکہ اُس کا بالائی حصہ ۳ فٹ اتر جائے۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۳ ــــ ایک بُرج افقی میدان میں کھڑا ہے میدان کے ایک نقطہ پر جو پائین برج سے ۱۶۰ فٹ کے فاصلہ پر ہے برج کوئی زاویہ بناتا ہے۔ اس مقام سے ۱۰۰ فٹ برج کی طرف بڑھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ برج اب جو زاویہ بناتا ہے وہ پہلے زاویہ کا دوچند ہے۔ برج کی بلندی دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۴ ــــ ایک مقام پر ملنے والی دو سڑکوں کا میلان ۱۲۰° کا زاویہ ہے۔ دو شخص مختلف سڑکوں پر بالترتیب ۴ اور ۵ میل فی گھنٹہ کی رفتاروں سے اس مقام سے روانہ ہوتے ہیں بتاؤ کہ ۲ گھنٹہ تک اپنی اپنی سڑک پر چلنے کے بعد ان شخصوں کے درمیان راست فاصلہ کیا ہوگا؟

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۵ ــــ اگر کسی قائم الزاویہ مثلث مساوی الساقین کا احاطہ = $\sqrt{2}+1$ ہو تو اُس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۶ ــــ قائم الزاویہ مثلث کے وتر اور ایک ضلع کا مجموعہ یا فرق نیز دوسرا ضلع معلوم ہو تو اُس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۷ ــــ ایک مثلث قائم الزاویہ ا ب ج میں ب پر کا زاویہ قائمہ ہے اور ضلع ا ب میں کوئی نقطہ د ہے۔ اگر ب د = ب ج = ۳۲ فٹ = $\frac{1}{2}$(ا د + ا ج) تو ا ب کا طول دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۸ ــــ ایک ایسے مربع کا وتر اعشاریہ کے پانچ مقامات تک دریافت کرو جس کا ضلع

ایک میل ہے۔ نیز مربع کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔
(جامعۂ پنجاب : مڈل اسکول)

۹ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۱۲۳ فٹ اور ایک ضلع ۹ گز ہے دوسرا ضلع دریافت کرو۔
(جامعۂ پنجاب : مڈل اسکول)

۱۰ — ایک مربع کا ضلع ۶ گز ہے: اُس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جو اس مربع کے گرد بنایا گیا ہو۔
(جامعۂ پنجاب : مڈل اسکول)

۱۱ — کسی نالہ کے ایک کنارہ پر ایک شخص معلوم کرتا ہے کہ وہ ۲۰ فٹ لمبی سیڑھی کو مقابل کے کنارہ پر کے انتصابی درخت کی ٹہنی پر عین ٹکا سکتا ہے۔ درخت کی ٹہنی زمین سے ۱۲ فٹ بلندی پر ہے۔ نالہ کی چوڑائی دریافت کرو۔
(جامعۂ کلکتہ : میٹری کولیشن)

۱۲ — ثابت کرو کہ کوئی مثلث جس کے اضلاع میں ۳ : ۴ : ۵ کی نسبت ہو قائم الزاویہ مثلث ہوگا۔
(یورپین اسکولز : فائنل صوبجات متحدہ)

۱۳ — ایک ایسا گڑھا کھدوانا مطلوب ہے جسکی تہ کا عرض ۱۶ فٹ گہرائی ۹ فٹ اور بالائی حصہ سے مقابل کے رُخوں کا میلان بالترتیب ۴۰° اور ۵۴° ہو بتاؤ کہ بالائی حصہ پر گڑھے کا عرض کیا ہونا چاہیے؟
(یورپین اسکولز : فائنل صوبجات متحدہ)

۱۴ — ایک چھت کا فضل ۱۲ فٹ اور ارتفاع ۷ فٹ ہے ہر مائل ضلع کا طول دریافت کرو۔
(مدراس ٹکنیکل : ابتدائی)

۱۵ — کسی دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے۔ اُس کے اندر جو بڑے سے بڑا مربع بن سکتا ہے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔
(مدراس ٹکنیکل : انٹرمیڈیئٹ)

۱۶ — مربع وضع کے ایک کھیت کا رقبہ ۳۱ ایکڑ ، روڈ ۲۵ و ۱۰ مربع پول ہے۔ اُس کے وتر کا طول معلوم کرو۔
(رُڑکی انجینیر : داخلہ)

۱۷ — کسی مستطیل کے ایک اندرونی نقطہ سے مقابل کے زاویوں تک کھنچے ہوئے خطوط کا طول ۱۶ انچ اور ۲۰ انچ ہے نیز بقیہ زاویوں میں سے ایک تک ۱۲ انچ ہے۔ اس نقطہ کا بقیہ زاویہ سے فاصلہ دریافت کرو۔
(رڑکی انجینیر : داخلہ)

۱۸ — کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۵۸۸ فٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۸۸۲ فٹ ہے۔ وتر اور دوسرے ضلع کے طول دریافت کرو۔

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۹ — ۱۰ فٹ × ۱۰ فٹ کے ایک حوض کے درمیان ایک پودا اُگا ہوا ہے۔ پودے کا بالائی حصّہ پانی کی سطح سے ۱ فٹ بلند ہے۔ کنارہ پر ایک رُخ کے درمیانی نقطہ پر کھڑا ہوا ایک شخص پودے کی چوٹی کو کھینچ کر ساحل کے کنارہ سے عین لگا سکا۔ پانی کی گہرائی کیا تھی؟

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۲۰ — کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۶۲۵ فٹ ہے۔ وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔ (" ")

۲۱ — ۲۵ فٹ لمبی ایک سیڑھی کسی دیوار سے اس طرح لگی ہوئی ہے کہ اُس کا پایہ دیوار سے ۷ فٹ کے فاصلہ پر ہے: بتاؤ کہ سیڑھی کا پایہ کس قدر کھینچا جائے کہ سیڑھی کا بالائی حصہ پایہ کو ہٹائے ہوئے فاصلہ سے نصف فاصلہ نیچے اتر آئے۔

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۲۲ — مربع وضع کے ایک صحن کا وتر ۳۰۰ فٹ ہے۔ اُس کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۲۳ — اُس مربع کا رقبہ دریافت کرو جس کا احاطہ ۳۰۰۰ فٹ ہے (رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۲۴ — اُس بڑے سے بڑے مربع کے وتر کا طول کیا ہوگا جو ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث میں سے کاٹا جائے جس کا ہر ایک ضلع ۴۰ فٹ ہے؟ (رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

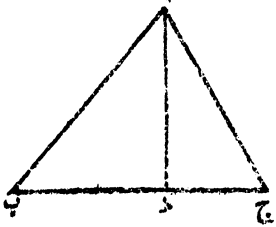
۲۵ — دس روپیہ فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے ایسی کولے دار چھت کی ڈھکوائی میں کیا صرفہ ہوگا جس کے ابعاد حسب ذیل ہیں اولتی کا طول اور عرض بالترتیب ۱۰۸ فٹ اور ۳۶ فٹ اور چھت کا ڈھال ۴۵° ہے۔

فرض کرو کہ $\sqrt{2}$ = ۱٫۴۱۴۲۱

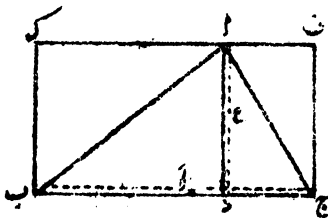
(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

باب پنجم

کوئی سا مثلث

۱۹ــــ مثلث اُس مستوی شکل کو کہتے ہیں جو تین مستقیم خطوط سے گھری ہوئی ہو۔ مثلث کے کسی ضلع کو اُس کا قاعدہ قرار دے سکتے ہیں اور مقابل کے زاویے سے جو عمود اس قاعدہ پر ڈالا جاتا ہے اُس کو مثلث کا ارتفاع کہتے ہیں۔

پس △ ا ب ج میں ب ج کو قاعدہ اور ا د کو ارتفاع قرار دیا جاسکتا ہے۔

مسئلہ (۳)

۲۰ ــ مثلث کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اسکا قاعدہ اور ارتفاع دئے ہوئے ہیں۔

مثلث ا ب ج میں فرض کرو کہ اس کے قاعدہ ب ج اور ارتفاع ا د کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ق اور ع ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ مثلث کا رقبہ ق اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اُسی قاعدہ ب ج پر ک ج ایک ایسا مستطیل بناؤ جس کا ارتفاع ا د کے برابر ہو۔

اب چونکہ۔

△ ا ب ج کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ مستطیل ک ج کا رقبہ ...... اقلیدس مقالہ اول شکل ۴۱

∴ △ ا ب ج کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ب ج × ج ن .... دفعہ ۸

$= \frac{1}{2}$ ب ج × ا د

$= \frac{1}{2}$ × اَ × ع مربع اکائیاں

پس قاعدہ: مثلث کے قاعدہ کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اُس کے ارتفاع میں کی اُسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو اس حاصل ضرب کا نصف مثلث کے رقبہ کو متناظر مربع اکائیوں میں تعبیر کرتا ہے۔

یا اختصاراً۔

مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ قاعدہ × ارتفاع

ق $= \frac{1}{2}$ اَ × ع .... (۱)

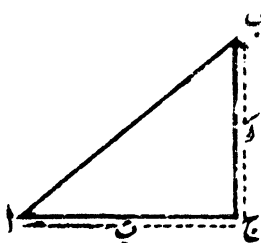
∴ مثلث کا ارتفاع = $\frac{\text{۲ × رقبہ}}{\text{قاعدہ}}$

ع = $\frac{\text{۲ق}}{\text{اَ}}$ .... (۲)

اور مثلث کا قاعدہ = $\frac{\text{۲ × رقبہ}}{\text{ارتفاع}}$

اَ = $\frac{\text{۲ق}}{\text{ع}}$ .... (۳)

۴۱ – خاص صورتیں

(۱) قائم الزاویہ مثلث

فرض کرو کہ ا ب ج ایک قائم الزاویہ مثلث ہے جس کا ج پر کا زاویہ ایک قائمہ ہے۔

اب اگر ا ج کو مثلث کا قاعدہ قرار دیا جائے تو ظاہر ہے کہ ب ج اُس کا ارتفاع ہوگا۔

اب چونکہ کسی مثلث کا رقبہ } $= \frac{1}{2}$ قاعدہ × ارتفاع .... دفعہ ۲۰

∴ مثلث ا ب ج کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ × ا ج × ب ج

∴ کسی قائم الزاویہ مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ × (زاویۂ قائمہ کے گرد کے اضلاع کا حاصل ضرب)

$= \frac{1}{2}$ اَ بَ مربع اکائیاں

(۲) مساوی الساقین مثلث قائمۃ الزاویہ

یہاں زاویۂ قائمہ کے گرد کے اضلاع ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔

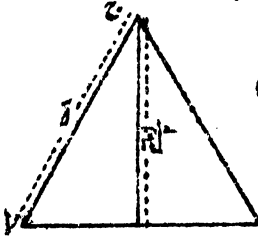
یعنی اَ = بَ

اس لئے کسی مساوی الساقین مثلث قائمۃ الزاویہ کا رقبہ

$= \frac{1}{2} \times$ (زاویۂ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں سے ایک کا مربع)

$= \frac{1}{2}$ اَ^{2} مربع اکائیاں

(۳) مساوی الاضلاع مثلث

فرض کرو کہ مساوی الاضلاع مثلث ا ب ج کے ہر ضلع کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے قَ ہے۔

تب بموجب دفعہ ۷ ، مثلث کے ارتفاع کا ناپ اسی طولی اکائی کی رقوم میں $\frac{\sqrt{3}}{2}$ قَ ہوگا۔

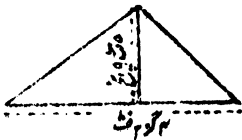
اب چونکہ کسی مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ قاعدہ × ارتفاع ...... دفعہ ۲۰ ب

∴ مثلث مساوی الاضلاع ا ب ج کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times$ قَ $\times \frac{\sqrt{3}}{2}$ قَ مربع اکائیاں

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times$ قَ^{2} مربع اکائیاں

۲۲ — توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ کسی مثلث کا قاعدہ ۴ گز ۲ فٹ اور ارتفاع ۵ فٹ ۹ انچ ہے۔ مربع گز وغیرہ میں اس کا رقبہ دریافت کرو۔

مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2}$ ق ع مربع اکائیاں .... دفعہ ۲۰

یہاں ق = (۴ × ۳ + ۲) = ۱۴ فٹ

اور ع = ۵ $\frac{3}{4}$ فٹ

∴ مثلث کا رقبہ = ۱/۲ × ۱۴ × ۲۳/۴ مربع فٹ

= ۴۰ ۱/۴ مربع فٹ

= ۴ مربع گز ۴ مربع فٹ ۳۶ مربع انچ

مثال ۲:- ایک مثلث کا رقبہ ۳ ایکر اور اس کا ارتفاع ۳ زنجیر ۷۵ کڑی ہے۔ اُس کا قاعدہ معلوم کرو۔

مثلث کا قاعدہ = ۲ × ق / ع طولی اکائی .... دفعہ ۲۰

یہاں ق = ۳ × ۱۰ = ۳۰ مربع زنجیر اور ع = ۳٫۷۵ زنجیر

∴ مثلث کا قاعدہ = ۲ × ۳۰ / ۳٫۷۵ زنجیر

۳ زنجیر ۷۵ کڑی

= ۶۰ / ۳٫۷۵ زنجیر

= ۱۶ زنجیر

مثال ۳:- ایک قائم الزاویہ مثلث کا رقبہ ۱ روڈ ۲۰ مربع پول اور زاویۂ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں سے ایک ضلع ۶۶ گز ہے: دوسرا ضلع دریافت کرو۔

قائم الزاویہ مثلث کا رقبہ = ۱/۲ اَ بَ مربع اکائیاں .... دفعہ ۲۱

یہاں بَ = ۶۶ گز

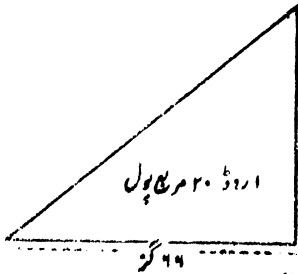
∴ اَ = ۲ × رقبہ / بَ = ۲ق / ۶۶

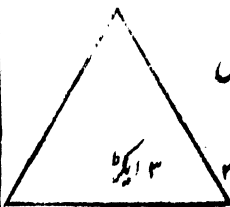
۱ روڈ ۲۰ مربع پول

جہاں ق = (۱ × ۴۰ + ۲۰) × ۳۰ ۱/۴

= ۶۰ × ۳۰ ۱/۴ گز

۶۶ گز

∴ دوسرا ضلع مطلوبہ = ۲ × ۶۰ × ۳۰ ۱/۴ / ۶۶ گز

= ۵۵ گز

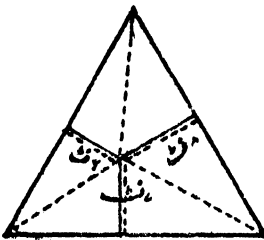
مثال ۴:- ایک ایسے مساوی الاضلاع مثلث کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۳ ایکر ہے۔

۳ ایکڑ

مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ = √۳/۴ اَ² مربع اکائیاں ...... دفعہ ۲۱

$$\therefore \quad ا^2 = \frac{4 \times \text{رقبہ}}{\sqrt{3}} = \frac{4\,\text{ق}}{\sqrt{3}}$$

جہاں ق = ۳ × ۱۰ مربع زنجیر

$$\therefore \quad \text{مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع} = \sqrt{\left(\frac{4 \times 3 \times 10}{\sqrt{3}}\right)} \ \text{زنجیر}$$

$$= 8{,}32\ldots \ \text{زنجیر}$$

مثال ۵ :— ایک مساوی الاضلاع مثلث کے کسی اندرونی نقطہ سے اُس کے تینوں اضلاع پر عمود نکالے گئے جن کے طول بالترتیب ۶، ۷ اور ۸ فٹ ہیں: مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ مثلث کے ہر ایک ضلع کا ناپ ا فٹ ہے۔

تب—

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \left(\tfrac{1}{2}\,ا \times 6 + \tfrac{1}{2}\,ا \times 7 + \tfrac{1}{2}\,ا \times 8\right) \ \text{مربع فٹ} \quad \ldots\ldots \ \text{دفعہ ۲۰}$$

$$= \frac{21\,ا}{2} \ \text{مربع فٹ}$$

$$\text{لیکن ا فٹ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کا رقبہ} = \frac{\sqrt{3}\,ا^2}{4} \ \text{مربع فٹ} \quad \ldots\ldots \ \text{دفعہ ۲۱}$$

$$\therefore \quad \frac{\sqrt{3}\,ا^2}{4} = \frac{21\,ا}{2}$$

$$\therefore \quad ا = \frac{42}{\sqrt{3}} = 14\sqrt{3}$$

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{\sqrt{3}\,(14\sqrt{3})^2}{4} \ \text{مربع فٹ}$$

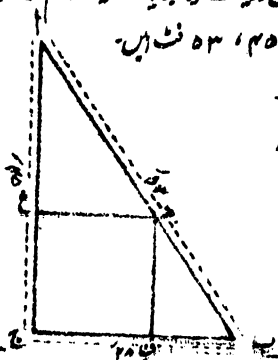
$$= 254{,}6\ldots \ \text{مربع فٹ}$$

مثال ۶ :— اُس بڑے سے بڑے مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو جو ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث میں سے کاٹا جا سکتا ہے جس کے اضلاع بالترتیب ۲۸، ۴۵، ۵۳ فٹ ہیں۔ اس طرح کہ مربع کا ایک زاویئی نقطہ مثلث کے وتر پر واقع ہو۔

فرض کرو کہ مربع کے ہر ایک ضلع کا طول لا فٹ ہے

اب اگر ا ب ج مثلث ہو اور د ف ج ع مربع تو

ا ع کا طول = (۴۵ − لا) فٹ

ب ف " = (۲۸ − لا) فٹ

∴ △ ا ع د = $\frac{1}{2}$ × (۴۵ - لا) لا مربع فٹ .... دفعہ ۲۰

اور △ ب ف د = $\frac{1}{2}$ × (۲۸ - لا) لا مربع فٹ .... دفعہ ۲۰

پس -

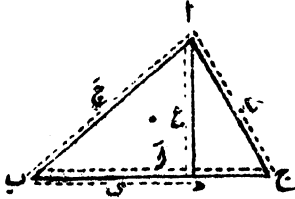
$\frac{1}{2}$ (۴۵ - لا) لا + $\frac{1}{2}$ (۲۸ - لا) لا + لا^۲ = $\frac{1}{2}$ × ۲۸ × ۴۵

∴ ۷۳ لا = ۲۸ × ۴۵

لا = ۱۷ $\frac{۱۹}{۷۳}$

اس لئے مربع کے ضلع کا ناپ ۱۷ $\frac{۱۹}{۷۳}$ فٹ ہونا چاہیے۔

مسئلہ (۴)

۲۳- مثلث کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے تینوں اضلاع کے طول دئے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ دیے ہوئے مثلث ا ب ج میں ب ج، ج ا، ا ب، ا د، اور ب د کے ناپ ایک ہی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب اَ، بَ، جَ، ع اور ک ہیں جہاں ا د ضلع ب ج پر جو مقابل کے زاویہ ا سے عمود گرایا گیا ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ مثلث کا رقبہ اَ، بَ، جَ کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب چونکہ۔

کسی مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ قاعدہ × ارتفاع .... دفعہ ۲۰

∴ △ ا ب ج کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ب ج × ا د

= $\frac{1}{2}$ × اَ × ع مربع اکائیاں

اب ضرور ہے کہ ع کو اَ، بَ اور جَ کی رقوم میں بیان کیا جائے۔ اور اس کے لئے پہلے ک کو دریافت کرنے میں سہولت ہوگی۔

اب ا د^۲ = ا ب^۲ - ب د^۲ .... دفعہ ۱۶

یعنی ع^۲ = جَ^۲ - ک^۲

پھر ا د^۲ = ا ج^۲ - ج د^۲ .... دفعہ ۱۶

یعنی ع^۲ = بَ^۲ - (اَ - ک)^۲ (∵ ج د = ب ج - ب د)

$$\therefore \quad \text{ج}^2 - \text{ک}^2 = \text{ب}^2 - (\text{ا} - \text{ک})^2$$

$$= \text{ب}^2 - \text{ا}^2 + ۲\,\text{اک} - \text{ک}^2$$

$$\therefore \quad ۲\,\text{اک} = \text{ج}^2 + \text{ا}^2 - \text{ب}^2$$

$$\therefore \quad \text{ک} = \frac{\text{ج}^2 + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{۲\,\text{ا}}$$

نیز چونکہ $\text{ع}^2 = \text{ج}^2 - \text{ک}^2$

$$\therefore \quad \text{ع}^2 = \text{ج}^2 - \left(\frac{\text{ج}^2 + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{۲\,\text{ا}}\right)^2$$

$$= \left(\text{ج} - \frac{\text{ج}^2 + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{۲\,\text{ا}}\right)\left(\text{ج} + \frac{\text{ج}^2 + \text{ا}^2 - \text{ب}^2}{۲\,\text{ا}}\right)$$

$$= \frac{\text{ب}^2 - (\text{ج}^2 + \text{ا}^2 - ۲\,\text{اج})}{۲\,\text{ا}} \times \frac{(\text{ج}^2 + \text{ا}^2 + ۲\,\text{اج}) - \text{ب}^2}{۲\,\text{ا}}$$

$$= \frac{\text{ب}^2 - (\text{ج} - \text{ا})^2}{۲\,\text{ا}} \times \frac{(\text{ج} + \text{ا})^2 - \text{ب}^2}{۲\,\text{ا}}$$

$$= \frac{(\text{ب} + \text{ج} - \text{ا})(\text{ب} - \text{ج} + \text{ا})(\text{ج} + \text{ا} - \text{ب})(\text{ج} + \text{ا} + \text{ب})}{۴\,\text{ا}^2}$$

اب $\text{ص} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲}$ رکھو تو ظاہر ہے کہ

$$\text{ص} - \text{ا} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲} - \text{ا} = \frac{\text{ب} + \text{ج} - \text{ا}}{۲}$$

$$\text{ص} - \text{ب} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲} - \text{ب} = \frac{\text{ج} + \text{ا} - \text{ب}}{۲}$$

$$\text{ص} - \text{ج} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲} - \text{ج} = \frac{\text{ا} + \text{ب} - \text{ج}}{۲}$$

اور $\because \quad \text{ع}^2 = \frac{\text{ب} + \text{ج} - \text{ا}}{۲} \times \frac{\text{ا} + \text{ب} - \text{ج}}{۲} \times \frac{\text{ج} + \text{ا} - \text{ب}}{۲} \times \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{۲} \times \frac{۴}{\text{ا}^2}$

$$\therefore \quad \text{ع}^2 = (\text{ص} - \text{ا})(\text{ص} - \text{ج})(\text{ص} - \text{ب})\,\text{ص} \times \frac{۴}{\text{ا}^2}$$

$$\therefore \quad \tfrac{۱}{۲}\,\text{ع} = \frac{\sqrt{\text{ص}(\text{ص} - \text{ا})(\text{ص} - \text{ب})(\text{ص} - \text{ج})}}{\text{ا}}$$

∴ مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ ع اَ مربع اکائیاں

= $\sqrt{\text{ص}(\text{ص}-\text{اَ})(\text{ص}-\text{بَ})(\text{ص}-\text{جَ})}$ مربع اکائیاں

پس قاعدہ —

مثلث کے ہر ضلع کو اُس کے نصف احاطہ میں سے علیحدہ علیحدہ تفریق کرو اور اس طرح حاصل شدہ تینوں باقیوں میں ایک ہی طولی اکائیوں کی تعداد اور نصف احاطہ کا حاصل ضرب دریافت کرو۔ تب اس حاصل ضرب کا جذر المربع متناظر مربع اکائیوں میں مثلث کے رقبہ کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً —

مثلث کا رقبہ = $\sqrt{\left(\frac{\text{اضلاع کا مجموعہ}}{2}\right)\left(\frac{\text{اضلاع کا مجموعہ}}{2}-\text{ایک ضلع}\right)\left(\frac{\text{اضلاع کا مجموعہ}}{2}-\text{دوسرا ضلع}\right)\left(\frac{\text{اضلاع کا مجموعہ}}{2}-\text{تیسرا ضلع}\right)}$

ق = $\sqrt{\text{ص}(\text{ص}-\text{اَ})(\text{ص}-\text{بَ})(\text{ص}-\text{جَ})}$۔

نوٹ — اگر جملہ ص (ص − اَ) (ص − ب) (ص − جَ) کامل مربع ہو تو اُس کو اجزائے ضربی میں تحلیل کر کے مطالعہ کرنے سے اس کا جذر المربع لکھا جا سکتا ہے۔ مثلاً

$$\sqrt{54\,(54-27)(54-36)(54-45)}$$

$$=\sqrt{54\times 27\times 18\times 9}$$

$$=\sqrt{9\times 3\times 2\times 9\times 3\times 9\times 2\times 9}$$

$$=9\times 9\times 3\times 2=486$$

۳۴ — خاص صورتیں

(۱) مثلث مساوی الاضلاع —

اس صورت میں تینوں ضلعے ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں۔

یعنی اَ = بَ = جَ

∴ ص = $\frac{3\,\text{اَ}}{2}$

اس لئے مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ $= \sqrt{\frac{3\text{ا}}{2}\left(\frac{3\text{ا}}{2}-\text{ا}\right)\left(\frac{3\text{ا}}{2}-\text{ا}\right)\left(\frac{3\text{ا}}{2}-\text{ا}\right)}$ مربع اکائیاں

$= \sqrt{\frac{3\text{ا}}{2}\times\frac{\text{ا}}{2}\times\frac{\text{ا}}{2}\times\frac{\text{ا}}{2}}$ مربع اکائیاں

$= \frac{\sqrt{3}}{4}\,\text{ا}^2$ مربع اکائیاں

اس سے قبل دفعہ ۱۲ میں بھی یہی نتیجہ حاصل کیا گیا تھا۔

(۲) **مساوی الساقین مثلث۔**

یہاں دو ضلعے ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔

یعنی $\text{ا} = \text{ب}$

$\therefore\ \text{ص} = \frac{\text{ج} + 2\text{ا}}{2}$

اس لئے مساوی الساقین مثلث کا رقبہ

$= \sqrt{\left(\frac{\text{ج}+2\text{ا}}{2}\right)\left(\frac{\text{ج}+2\text{ا}}{2}-\text{ا}\right)\left(\frac{\text{ج}+2\text{ا}}{2}-\text{ا}\right)\left(\frac{\text{ج}+2\text{ا}}{2}-\text{ج}\right)}$ مربع اکائیاں

$= \sqrt{\frac{\text{ج}+2\text{ا}}{2}\times\frac{\text{ج}}{2}\times\frac{\text{ج}}{2}\times\frac{2\text{ا}-\text{ج}}{2}}$ مربع اکائیاں

$= \frac{\text{ج}}{4}\sqrt{4\text{ا}^2-\text{ج}^2}$ مربع اکائیاں

(۳) **قائم الزاویہ مثلث**

یہاں $\text{ج} = \sqrt{\text{ا}^2+\text{ب}^2}$ اگر ج وتر کا طول ہو۔ ...... دفعہ ۱۱

$\therefore\ \text{ص} = \frac{\text{ا}+\text{ب}+\sqrt{\text{ا}^2+\text{ب}^2}}{2}$

اور $\text{ص} - \text{ا} = \frac{\sqrt{\text{ا}^2+\text{ب}^2}+\text{ب}-\text{ا}}{2}$

$\text{ص} - \text{ب} = \frac{\sqrt{\text{ا}^2+\text{ب}^2}+\text{ا}-\text{ب}}{2}$

$\text{ص} - \text{ج} = \frac{\text{ا}+\text{ب}-\sqrt{\text{ا}^2+\text{ب}^2}}{2}$

$\therefore$ مثلث قائم الزاویہ کا رقبہ

$$= \sqrt{\left\{ \frac{(اَ + بَ) + \sqrt{اَ^۲ + بَ^۲}}{۲} \times \frac{(اَ + بَ) - \sqrt{اَ^۲ + بَ^۲}}{۲} \right.}$$

$$\left. \times \frac{\sqrt{اَ^۲ + بَ^۲} + (بَ - اَ)}{۲} \times \frac{\sqrt{اَ^۲ + بَ^۲} - (بَ - اَ)}{۲} \right\} \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \sqrt{\left\{ \frac{۲ اَ بَ}{۴} \times \frac{۲ اَ بَ}{۴} \right\}} \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{اَ بَ}{۲} \text{ مربع اکائیاں}$$

یہی نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۲۱ میں بھی کیا گیا تھا۔

۲۵۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱:۔ اُس مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب ۵۱، ۳۷، اور ۲۰ گز ہیں۔

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \sqrt{ص (ص - اَ)(ص - بَ)(ص - جَ)} \text{ مربع اکائیاں} \quad \text{... دفعہ ۲۴}$$

یہاں $اَ = ۵۱$ گز، $بَ = ۳۷$ گز، $جَ = ۲۰$ گز

$$\therefore ص = \frac{۵۱ + ۳۷ + ۲۰}{۲} = ۵۴ \text{ گز}$$

اور $ص - اَ = ۵۴ - ۵۱ = ۳$

$ص - بَ = ۵۴ - ۳۷ = ۱۷$

$ص - جَ = ۵۴ - ۲۰ = ۳۴$

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \sqrt{۵۴ \times ۳ \times ۱۷ \times ۳۴} \text{ مربع گز}$$

$$= \sqrt{۲^۲ \times ۳^۲ \times ۳^۲ \times ۱۷^۲} \text{ مربع گز}$$

$$= ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۱۷ \text{ مربع گز}$$

$$= ۳۰۶ \text{ مربع گز}$$

مثال ۲:۔ ایک ایسے مساوی الساقین مثلث کے ہر ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۳۰۰۰ مربع زنجیر ہے اور قاعدہ ۴۰ کڑی۔

مثلث مساوی الساقین کا رقبہ $= \frac{ج}{4}\sqrt{4\,اَ^2 - ج^2}$ مربع اکائیاں .... دفعہ ۲۴

لیکن یہاں مثلث کا رقبہ = ۰۳ء۰ مربع زنجیر = ۳۰۰ مربع کڑی اور ج = ۴۰ کڑی

$\therefore \quad \frac{40}{4}\sqrt{4\,اَ^2 - (40)^2} = 300$

$\therefore \quad \sqrt{4\,اَ^2 - 1600} = 30$

$\therefore \quad 4\,اَ^2 = 1600 + 900 = 2500$

$\therefore \quad 2\,اَ = 50$

$\therefore \quad اَ = 25$

اس لئے ہر ضلع کا ناپ ۲۵ کڑی ہے۔

مثال ۳ :- مساوی الساقین مثلث کی وضع کے ایک میدان پر ۹ آنہ فی مربع فٹ کے حساب گھانس لگانے میں ۶۰۰ روپے صرف ہوتے ہیں۔ اگر قاعدہ کا طول ۷۲ فٹ ہو تو مساوی ضلعوں سے ہر ایک کا طول دریافت کرو۔

مساوی الساقین مثلث کا رقبہ $= \frac{ج}{4}\sqrt{4\,اَ^2 - ج^2}$ مربع اکائیاں .... دفعہ ۲۴

جہاں اَ = مساوی ضلع میں طولی اکائیوں کی تعداد

اور ج = ۷۲ فٹ

$\therefore$ مساوی الساقین مثلث کا رقبہ $= \frac{72}{4}\sqrt{4\,اَ^2 - (72)^2}$ مربع فٹ

اب میدان کا رقبہ $= \left(\frac{\text{گھانس لگانے کی مجموعی لاگت}}{\text{۱ مربع فٹ پر گھانس لگانے کی لاگت}}\right)$ مربع فٹ

$= \frac{16 \times 600}{9}$ مربع فٹ

$= 1600$ مربع فٹ

$\therefore \quad \frac{72}{4}\sqrt{4\,اَ^2 - (72)^2} = 1600$

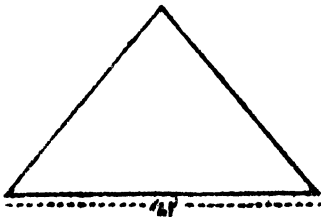
$\therefore \quad \sqrt{4\,اَ^2 - 5184} = \frac{1600}{18} = \frac{800}{9}$

$\therefore \quad 4\,اَ^2 - 5184 = \frac{640000}{81}$

$\therefore \quad 4\,اَ^2 = 5184 + \frac{640000}{81} = \frac{1059904}{81}$

۲ا = √(۱۰۵۹۹۰۴ / ۸۱)

∴ ۲ا = ۱۰۲۹٫۵۱+ / ۹

∴ ا = ۵۷٫۱۹+

اس لئے میدان کی ہر ساق کا طول ۵۷٫۱۹+ فٹ ہے۔

مثال ۴ :- ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۳٫۶ ، ۱۲٫۵ ، ۹٫۹ انچ ہیں۔ سب سے بڑے ضلع کا مقابل کی راس سے فاصلہ دریافت کرو۔

مثلث کا رقبہ = √(ص (ص - اَ) (ص - بَ) (ص - جَ)) مربع اکائیاں

اب یہاں اَ = ۱۳٫۶ ، بَ = ۱۲٫۵″ ، جَ = ۹٫۹″

∴ ص = (۱۳٫۶ + ۱۲٫۵ + ۹٫۹) / ۲

= ۱۸

اور ص - اَ = ۱۸ - ۱۳٫۶ = ۴٫۴

ص - بَ = ۱۸ - ۱۲٫۵ = ۵٫۵

ص - جَ = ۱۸ - ۹٫۹ = ۸٫۱

∴ مثلث کا رقبہ = √(۱۸ × ۴٫۴ × ۵٫۵ × ۸٫۱) مربع انچ = √۳۵۲۸٫۳۶ مربع انچ

= ۵۹٫۴ مربع انچ

اب ½ × مطلوبہ فاصلہ × بڑا ضلع = مثلث کا رقبہ .... دفعہ ۲۰

∴ ½ × مطلوبہ فاصلہ = مثلث کا رقبہ / بڑا ضلع

= ۵۹٫۴ / ۱۳٫۶ انچ

∴ مطلوبہ فاصلہ = ۵۹٫۴ / ۶٫۸ انچ

= ۸ ۲۵/۳۴ انچ

مثال ۵ :- ایک مثلث کے تین اضلاع بالترتیب ۴¼ ، ۴½ اور ۴¾ انچ ہیں۔ اگر غلطی سے پہلا ضلع ۴¼ انچ کے بجائے ۳¼ انچ دیا ہوا ہو تو بتاؤ کہ مثلث کے رقبہ کی تخمین میں کس قدر غلطی ہوگی؟

صحیح رقبہ = √(ص (ص - اَ) (ص - بَ) (ص - جَ)) مربع انچ .... دفعہ ۲۳

اَ = ۴٫۲۵ انچ

بَ = ۴٫۵ انچ

جَ = ۴٫۷۵ "

∴ ص = (۴٫۲۵ + ۴٫۵ + ۴٫۷۵)/۲ انچ = ۱۳٫۵/۲ انچ = ۶٫۷۵ انچ

اور ص − اَ = ۶٫۷۵ − ۴٫۲۵ = ۲٫۵

ص − بَ = ۶٫۷۵ − ۴٫۵ = ۲٫۲۵

ص − جَ = ۶٫۷۵ − ۴٫۷۵ = ۲

∴ صحیح رقبہ = √(۶٫۷۵ × ۲٫۵ × ۲٫۲۵ × ۲) مربع انچ

= √(۷۵٫۹۳۷۵) مربع انچ

= ۸٫۷۱۴+ مربع انچ

تخمینی رقبہ = √(ص (ص − اَ)(ص − بَ)(ص − جَ)) مربع انچ

جہاں اَ = ۳٫۲۵" ، بَ = ۴٫۵" ، جَ = ۴٫۷۵"

∴ ص = (۳٫۲۵ + ۴٫۵ + ۴٫۷۵)/۲ = ۱۲٫۵/۲ = ۶٫۲۵"

اور ص − اَ = ۶٫۲۵ − ۳٫۲۵ = ۳

ص − بَ = ۶٫۲۵ − ۴٫۵ = ۱٫۷۵"

ص − جَ = ۶٫۲۵ − ۴٫۷۵ = ۱٫۵

∴ تخمینی رقبہ = √(۶٫۲۵ × ۳ × ۱٫۷۵ × ۱٫۵) مربع انچ

= √(۴۹٫۲۱۸۷۵) مربع انچ

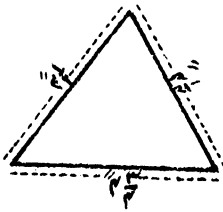
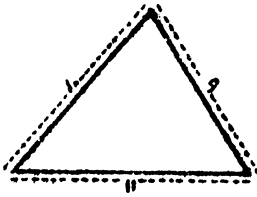
= ۷٫۰۱۵+ مربع انچ

∴ غلطی = صحیح رقبہ − تخمینی رقبہ

= {(۸٫۷۱۴+) − (۷٫۰۱۵+)} مربع انچ

= ۱٫۶۹۹+ مربع انچ

مثال ٦:- ایک مثلث کے اضلاع ۹، ۱۰، ۱۱ کے تناسب میں ہیں اور اُس کا احاطہ ۳۰۰ زنجیر ہے۔ قریب ترین مربع زنجیر تک اس کا رقبہ صحت کے ساتھ دریافت کرو۔

مثلث کا رقبہ = √(ص (ص − اَ)(ص − بَ)(ص − جَ)) مربع اکائیاں .... دفعہ ۲۳

یہاں $ا = \frac{۹}{۹ + ۱۰ + ۱۱} \times ۳۰۰$

$= \frac{۹}{۳۰} \times ۳۰۰ = ۹۰$ زنجیر

$ب = \frac{۱۰}{۳۰} \times ۳۰۰ = ۱۰۰$ زنجیر

$ج = \frac{۱۱}{۳۰} \times ۳۰۰ = ۱۱۰$ زنجیر

$ص = \frac{۳۰۰}{۲} = ۱۵۰$ زنجیر

∴ مثلث کا رقبہ $= \sqrt{۱۵۰ \times ۶۰ \times ۵۰ \times ۴۰}$ مربع زنجیر

$= \sqrt{۱۰۰^{۲} \times ۵^{۲} \times ۳^{۲} \times ۲^{۲} \times ۲}$ مربع زنجیر

$= ۱۰۰ \times ۵ \times ۳ \times ۲\sqrt{۲}$ مربع زنجیر

$= ۳۰۰۰\sqrt{۲}$ مربع زنجیر

$= ۳۰۰۰ \times ۱.۴۱۴$ مربع زنجیر تقریباً

$= ۴۲۴۲$ مربع زنجیر تقریباً

۱۰ ۹ ۱۱

مثال ۷:- بتاؤ کہ اس مساوی الاضلاع مثلث کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کے رقبہ پر ۱۰ آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے میں اتنا ہی صرفہ ہوتا ہے جتنا کہ ۱۲ روپیہ فی گز کے حساب سے اس کے تینوں اضلاع کی احاطہ بندی میں ہوتا ہے؟

فرض کرو کہ ہر ایک ضلع لا فٹ ہے۔

تب مثلث کا رقبہ $\frac{لا^{۲}\sqrt{۳}}{۴}$ مربع فٹ ہوگا .... دفعہ ۲۱

∴ ۱۰ آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے کی لاگت $= \frac{۱۰ \times لا^{۲}\sqrt{۳}}{۴}$ آنے

پھر چونکہ مثلث کا احاطہ = ۳ لا فٹ

∴ ۱۲ روپیہ فی گز یا ۴ روپیہ فی فٹ کے حساب سے احاطہ بندی کی اجرت $\Big\} = ۴ \times ۳$ لا روپے

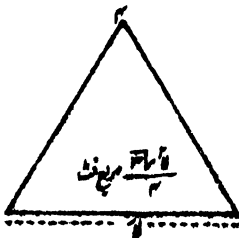
$= ۱۶ \times ۴ \times ۳$ لا آنے

لیکن پتھر بچھوانے کی اجرت = احاطہ بندی کی اجرت

∴ $\frac{۱۰ لا^{۲}\sqrt{۳}}{۴} = ۱۶ \times ۴ \times ۳$ لا

لا لا²√۳/۴ مربع فٹ لا

یا لا = ۱۲۸√۳ / ۵

= ۱۲۸ × ۱٫۷۳۲۰۵⁺ / ۵ = ۴۴٫۳۴+

اس لئے ضلع کا ناپ +۴۴٫۳۴ فٹ ہے۔

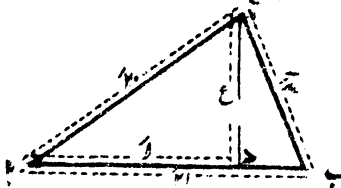
مثال ۸:۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۱ فٹ، ۲۰ فٹ اور ۱۳ فٹ ہیں۔ سب سے بڑے ضلع پر مقابل کی راس سے عمود کھینچنے سے جن مثلثات میں تقسیم ہو جاتا ہے انکے رقبے دریافت کرو۔

ج، ا، ب، د، ع، ۲۰، ۱۳، ۲۱، و

فرض کرو کہ مثلث ا ب ج میں

ا ب = ۲۱ فٹ، ا ج = ۲۰ فٹ

اور ب ج = ۱۳ فٹ

تب ــ

مثلث کا رقبہ = √(۲۷ × ۶ × ۷ × ۱۴) مربع فٹ .... دفعہ ۲۳

= ۱۲۶ مربع فٹ

پھر اگر ج د کا طول ع سے تعبیر کیا جائے تو۔

مثلث کا رقبہ = ½ × ع × ۲۱ مربع فٹ ۔ .... دفعہ ۲۰

∴ ½ × ع × ۲۱ = ۱۲۶

∴ ع = ۱۲ فٹ

پھر فرض کرو کہ ا د = و فٹ

تب و = √((۲۰)² − (۱۲)²) .... دفعہ ۱۶

= ۱۶ فٹ

اس لئے △ ا ج د کا رقبہ = ½ × ۱۶ × ۱۲ مربع فٹ .... دفعہ ۲۰

= ۹۶ مربع فٹ

اور △ ب ج د کا رقبہ = △ ا ب ج ۔ △ ا ج د

= (۱۲۶ − ۹۶) مربع فٹ

= ۳۰ مربع فٹ

امثلہ نمبری ۵ (۱)

ذیل کے معطیات پر مثلثوں کے رقبے دریافت کرو۔

۱ —— قاعدہ ۳۲ فٹ اور ارتفاع ۱۶ فٹ (جواب - مربع فٹ میں نکالو)۔

۲ —— قاعدہ ۳ گز ۲ فٹ اور ارتفاع ۴ گز ۱ فٹ (جواب - مربع گز اور مربع فٹ میں ہونا چاہیئے)۔

۳ —— قاعدہ ۴ گز ۱ فٹ ۹ انچ، ارتفاع ۳ گز ۲ فٹ، ۱ انچ (جواب مربع گز مربع فٹ اور مربع انچ میں درکار ہے)۔

۴ —— قاعدہ ۱۳ زنجیر ۷۵ کڑی، ارتفاع ۹ زنجیر ۳۰ کڑی (جواب ایکروں میں نکالو)۔

ذیل کے مثلثات کے ارتفاع معلوم کرو۔

۵ —— رقبہ ۲۰۷ مربع فٹ قاعدہ ۱۶ فٹ (جواب فٹ میں ہونا چاہیے)۔

۶ —— رقبہ ۲۵ مربع گز، ۱۸ مربع انچ، قاعدہ ۸ گز ۲ فٹ ۳ انچ (جواب گز، فٹ اور انچ میں درکار ہے)۔

۷ —— رقبہ ۴۳ ایکر، قاعدہ ۸ زنجیر ۳ کڑی (جواب زنجیر میں نکالو)۔

۸ —— رقبہ ۸ و ۲۲ ایکڑ قاعدہ ۹۳۶ کڑی (جواب زنجیر میں ہونا چاہیے)۔

ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کے رقبے دریافت کرو۔

۹ —— وتر ۸۵ انچ، ضلع ۶۸ انچ (جواب مربع فٹ اور مربع انچ میں درکار ہے)۔

۱۰ —— وتر ۴ گز ۱ فٹ ۴ انچ، ضلع ۲ گز ۱ فٹ ۴ انچ (جواب مربع گزوں میں نکالو)۔

۱۱ —— وتر ۷ زنجیر ۲۵ کڑی، ضلع ۶ زنجیر ۴۴ کڑی (جواب ایکروں میں ہونا چاہیے)۔

۱۲ —— وتر ۴ گز ۱ فٹ ۱ انچ، ضلع ۲ گز ۱ فٹ ۱ انچ (جواب - مربع گز مربع فٹ اور مربع انچ میں درکار ہے)۔

ذیل کے مساوی الاضلاع مثلثوں کے رقبے دریافت کرو۔

۱۳ —— ضلع ۷ فٹ (جواب - مربع فٹ میں بتاؤ)۔

۱۴ —— ضلع ۳ گز ۲ فٹ ۹ انچ (جواب - مربع گز، مربع فٹ اور مربع انچ میں نکالو)

۱۵ —— ضلع ۹ زنجیر ۴۰ کڑی (جواب - مربع زنجیر میں ہونا چاہیے)

ان مثلثوں کے رقبے دریافت کرو جن کے اضلاع حسب ذیل ہیں:۔

۱۶ —— ۲۵، ۱۷، ۱۲ فٹ

۱۷ —— ۱۳۲، ۱۲۵، ۳۷ کڑی

۱۸ —— ۱۵۵، ۳۶۴، ۵۳۳ انچ

۱۹ —— ۴۲۵، ۸۶۷، ۱۲۵۸ فٹ

۲۰ —— ۱۰۰۱، ۱۵۴۰، ۱۶۱۷ کڑی

۲۱ —— ۴، ۴٫۷، ۱۰٫۲ زنجیر

۲۲ ــــ اُس مساوی الساقین مثلث کی مساوی ساقیں دریافت کرو جس کا قاعدہ ۲۸ انچ اور جس کا رقبہ ۶۷۲ مربع انچ ہے۔

۲۳ ــــ اگر کسی مثلث کے اضلاع ۳۵، ۴۴، اور ۷۵ زنجیر ہوں تو بڑے سے بڑے ضلع کا مُقابل کی راس سے عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۲۴ ــــ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا احاطہ ۹۱۵ گز کی ہے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۵ ــــ مثلثی وضع کا ایک میدان ۴۰ روپے ماہانہ کرایہ سے دیا جاتا ہے اگر اُس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۹٫۵، ۸٫۲۲، ۷٫۳۴ زنجیر ہوں تو اُس کا کرایہ فی ایکر دریافت کرو۔

۲۶ ــــ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۴۲ مربع فٹ ہے: قریب ترین انچ تک اُس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

۲۷ ــــ مثلث نما ایک قطعہ زمین کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۴۵۵، ۵۵۴، ۴۸۷ گز ہیں درختوں کی تعداد دریافت کرو جو اُس میں لگائے جاسکتے ہیں اگر ہر درخت کے لئے ۴ مربع گز کی ضرورت ہو؟

۲۸ ــــ ایک مثلث کے اضلاع میں ۴، ۵، ۶ کی نسبت ہے اور اُس کا احاطہ ۱۹۵ فٹ ہے۔ مربع فٹ کے سویں حصہ تک صحیح اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۹ ــــ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا احاطہ اُتنے ہی گز ہے جتنے مربع گز کہ اُس کا رقبہ ہے اُس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

۳۰ ــــ مساوی الساقین مثلث کی وضع کا ایک قطعہ زمین ہے۔ اگر ۲ روپے ۸ آنے فی مربع گز کے حساب سے اُس کی قیمت ۱۰۰۰ روپیہ ہو اور اگر مساوی ساقوں میں سے ہر ایک کا ناپ ۴۰ گز ہو تو اُس کے قاعدہ کا طول معلوم کرو۔

۳۱ ــــ ایک مربع اور کسی مساوی الاضلاع مثلث کے ضلع کا تین گنا ہے مربع اور مثلث کے رقبوں کا تناسب دریافت کرو۔

امثلہ عددی ۵ (ب)

ذیل کے معطیات کی بنا پر مثلثوں کے رقبے دریافت کرو۔

۳۲ ــــ قاعدہ ۱۵ راسی، ارتفاع ۱۳ راسی (جواب بیگھہ میں ہونا چاہیئے)۔

۳۳ ــــ قاعدہ ۵ راسی ۸ لاٹھہ، ارتفاع ۴ راسی ۴ ۱/۲ لاٹھہ (جواب بیگھہ بسوا میں نکالو)۔

۳۴ ـــ قاعدہ ۴ راسی ۱۲ لاٹھ، ارتفاع ۵ راسی ۱۶ لاٹھ (جواب بیگھہ بسواس بسوانسی میں درکار ہے)۔

۳۵ ـــ ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث کا قاعدہ دریافت کرو جس کا رقبہ ۲ بیگھہ اور ارتفاع ۲۵ لاٹھ ہے۔

۳۶ ـــ ایک ایسے مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جسکا رقبہ ا بسوا اور قاعدہ ۵ لاٹھ ہے۔

۳۷ ـــ ایک ایسے مثلث کا قاعدہ معلوم کرو جس کا ارتفاع ۲ راسی ۴ لاٹھ اور رقبہ ۵ بیگھہ ۱ بسواس ہے

(جواب لاٹھ میں ہونا چاہیے)

۳۸ ـــ اُس مساوی اضلاع مثلث کا رقبہ بیگھہ میں دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۳ راسی ہے۔

۳۹ ـــ ایک مثلث کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۱۴، ۴۸، اور ۵۰ لاٹھ ہیں اُس کا رقبہ بسواس اور بسوانسی میں دریافت کرو۔

سوالات امتحانات ـــ ۵

(ا) جامعہ الہ آباد میٹری کیولیشن

۱ ـــ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۵، ۳۹، ۵۶ فٹ ہیں: ۵۶ فٹ والے ضلع پر مقابل کے راس سے جو عمود گرتا ہے اُس کا طول دریافت کرو۔

۲ ـــ (ا) "رقبہ" سے کیا مراد ہوتی ہے۔

(ب) ایک مثلث حادہ الزاویہ کا رقبہ ۳۳۶ مربع فٹ ہے اور اضلاع ۲۶ فٹ اور ۴۰ فٹ ہیں: قاعدہ دریافت کرو۔

۳ ـــ کسی مثلث ا ب ج کے اضلاع ا ب، ا ج، ب ج بالترتیب ۶۸، ۷۵ اور ۷۷ فٹ ہیں: ا سے ب ج پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۴ ـــ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۲۵ مربع انچ ہے اُس کا احاطہ دریافت کرو۔

۵ ـــ دس مربع فٹ رقبہ والے مثلث میں کم سے کم احاطہ والے مثلث کا احاطہ دریافت کرو۔

۶ ـــ ایک شخص مشاہدہ کرتا ہے کہ ایک بُرج کی چوٹی افق کے ساتھ °۶۰ کا زاویہ بناتی ہے پھر وہ ۳۰۰ فٹ کا فاصلہ چل کر ایک زاویۂ قائمہ میں مڑتا ہے اور ۴۰۰ فٹ کا مزید فاصلہ طے کرنے کے بعد معلوم کرتا ہے کہ وہ بُرج کی دوسری طرف یعنی اپنی ابتدائی وضع کے متضاد سمت میں پہنچ گیا ہے۔ اب بُرج کی چوٹی افق کے ساتھ °۳۰ کا زاویہ بناتی ہوئی معلوم ہوئی

بُرج کی بلندی دریافت کرو۔

۷ ـــــ ایک مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے ۱۴ فٹ ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔ جامعۂ پنجاب: میٹرکیولیشن

۸ ـــــ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۷، ۲۴، اور ۲۵ فٹ ہیں رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۹ ـــــ اضلاع کی رقوم میں مثلث کا رقبہ دریافت کرنے کا قاعدہ لکھو۔ ایک مثلث کے اضلاع ۲ $\frac{1}{4}$، ۳، ۳ $\frac{3}{4}$ فٹ ہیں۔ مثلث کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو۔ (ایضاً)

(ج) جامعۂ پنجاب: امتحان مڈل

۱۰ ـــــ ایک مثلث کے دو ضلعے بالترتیب ۸۵ اور ۱۵۴ فٹ اور اس کا احاطہ ۳۲۴ فٹ ہے:۔ مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۱ ـــــ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع ۷ فٹ ہے:۔ رقبہ دریافت کرو۔

(د) جامعہ کلکتہ: میٹریکیولیشن

۱۲ ـــــ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۸، ۲۰، ۲۲ ہیں:۔ اعشاریہ کے تین مقامات تک اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۳ ـــــ مثلث ا ب ج کے اضلاع ب ج، ج ا، ا ب بالترتیب ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ ہیں اور ہ ضلع ب ج کا نقطۂ وسطی ہے، مثلث ا ب ج کا رقبہ اور خط ا د کا طول دریافت کرو۔

۱۴ ـــــ ایک مثلث نما میدان کا رقبہ ۲ ایکڑ ۳ زنجیر ہے اور راس سے قاعدہ پر کے عمود کا طول ۳۱ پول ہے: قاعدہ کا طول زنجیر اور کڑی میں معلوم کرو۔

صوبجات متحدہ کے یورپین اسکولز کا آخری امتحان

۱۵ ـــــ ایک مکان کا عرض ۴۲ فٹ ہے اس کی چھت کے ڈھال غیر مساوی ہیں اور ان کے طول ۲۶ اور ۴۰ فٹ ہیں اولتی (Eave) سے مگری (Ridge) کی بلندی دریافت کرو۔

۱۶ ـــــ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۴۳، ۴۰۷ اور ۴۴۰ گز ہیں: ۲ پونڈ ۳ شلنگ فی ایکڑ کے حساب سے میدان کا کرایہ دریافت کرو۔

۱۷ ـــــ ایک ایسے مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب ۲۰، ۴۹۳ اور ۵۰۷ گز ہیں۔

(مدراس ٹیکنیکل: ابتدائی)

۱۸ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع ۱۰ فٹ ہے اُس کا رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔

۱۹ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کے رقبہ کا ناپ ۳۶۲ مربع فٹ ہے: ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(مدراس ٹیکنیکل: انٹرمیڈیٹ)

۲۰ — اُس مثلث نما قطعۂ زمین کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۸ فٹ، ۱۰ فٹ، ۱۲ فٹ ہیں۔

۲۱ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ناپ ۱ ایکر ہے: اُس کے ایک ضلع کا طول فٹ میں دریافت کرو۔

(رُڑکی انجینرنگ: داخلہ)

۲۲ — اُس مثلث نما میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۱۲۰۰، ۱۸۰۰ اور ۲۴۰۰ کڑی ہیں۔ (جواب ایکر، روڈ اور پرچ میں مطلوب ہے)

۲۳ — قائم الزاویہ مثلث کی وضع کا ڈیڑھ ایکر قطعۂ زمین ایک ایسے خط کے ذریعہ دو حصوں میں تقسیم کیا گیا جو زاویۂ قائمہ کی تنصیف کرتا ہے اور جس کا طول $\frac{1}{2}$ ۸۲ گز ہے: دو حصوں کے رقبے دریافت کرو۔

۲۴ — ایکر، راڈ اور پرچ میں ایک ایسے میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۸۴۸، ۹۰۰ اور ۹۸۸ کڑی ہیں۔

۲۵ — اُس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہوگا جس کے رقبہ پر ۸ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے میں اتنے ہی اخراجات ہوتے ہوں جتنے اخراجات کہ ایک گنی فی گز کے حساب اُس کی احاطہ بندی میں ہوتے ہیں۔

۲۶ — مثلث منفرجۃ الزاویہ کے دو اضلاع ۲۰ اور ۴۰ پول دیے ہوئے ہوں تو اس کا تیسرا ضلع دریافت کرو۔ مثلث ایسا ہو کہ وہ ٹھیک ۱ ایکر زمین کا احاطہ کر سکے۔

۲۷ — ایک مثلث کے اضلاع ۵۱، ۵۲، ۵۳ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے ۵۲ فٹ کے ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔ نیز اُن دو مثلثات کے رقبے حاصل کرو جن میں ابتدائی مثلث منقسم ہوتا ہے۔

۲۸ — ایک مستطیلی میدان کا طول ۱۲۰۰ گز اور عرض ۱۱۵ گز ہے: ایک ایسے خط کا طول دریافت کرو جو مستطیل کے ایک کونہ سے مقابل کے خط تک کھینچا گیا ہو اس طرح کہ وہ ۳ ایکڑ زمین قطع کرلے۔

۲۹ — ایک مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۸۴ گز ہے مقابل کی راسوں سے اضلاع پر کے عمودوں کے طول دریافت کرو۔

۳۰ — ایک مثلث نما میدان کے اضلاع ۱۹۱، ۲۴۵، اور ۳۱۰ فٹ ہیں: اس کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۳۱ — ایک مثلث کے تین اضلاع ۸۰۰، ۵۰۰ اور ۱۲۳۷ کڑی ہیں غلطی سے تیسرا ضلع بجائے ۱۲۳۷ کے ۵۰۰ لکھ دیا گیا: بتاؤ کہ اس غلطی سے مثلث کا رقبہ شمار کرنے میں کیا خطا ہوگی؟

۳۲ — ایکڑ، راڈ اور پرچ میں اُس مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ ۴۰۵، ۳۷۸، اور ۳۵۱ فٹ ہیں۔

۳۳ — اُس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہوگا جس کا رقبہ اتنے ہی مربع گز ہے جتنے گز کہ اُس کا گھیرا ہے؟

۳۴ — ایک مثلث کے اضلاع ۴۷۸۹، ۳۷۴۲، اور ۲۹۸۷ فٹ ہیں اس کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

۳۵ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کے کسی اندرونی نقطہ سے تینوں اضلاع پر عمود کھینچے گئے ہیں اور اُن کے طول بالترتیب ۸، ۱۰ اور ۱۲ فٹ ہیں۔ مثلث کے اضلاع کا طول اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۶ — ۱ ایکڑ رقبہ کا ایک باغ مساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ کی وضع کا ہے: سرحدی دیوار سے ۶ فٹ کے فاصلہ پر اُس کے گرد کے راستہ کا رقبہ باغ کے رقبہ کے چوتھائی ہے: راستہ کا عرض دریافت کرو۔

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۳۷ — ایک مثلث نما کھیت کا قاعدہ ۱۲۱۰ گز اور ارتفاع ۴۹۶ گز ہے کھیت ۲۴۸

پونڈ سالانہ کرایہ پر دیا گیا۔ بتاؤ کہ فی ایکڑ اُس کا کرایہ کیا ہے؟

۳۸ — ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۵۰ گز ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۳۹ — ایک مربع کا ضلع ۱۰۰ فٹ ہے اس کے اندر ایک ایسا نقطہ لیا گیا ہے جو اُس کے ایک ضلع کے انتہائی نقاط سے بالترتیب ۶۰ فٹ اور ۸۰ فٹ کے فاصلوں پر ہے: نقطہ کو مربع کے چاروں کونوں سے ملانے سے جو چار مثلث بنتے ہیں اُن کے رقبے دریافت کرو۔

۴۰ — ایک مثلث کے اضلاع ۱۱۳۷، ۱۲۵۹، اور ۱۳۴۳ فٹ ہیں: رقبہ، ایکڑ، راڈ اور پرچ میں دریافت کرو۔

۴۱ — اُس مثلث کا رقبہ کیا ہوگا جس کے ضلعے ۱۹۵، ۲۲۰ اور ۲۷۵ فٹ ہیں؟
(جواب ایکڑ روڈ اور پرچ میں دریافت کرو)

(رُڑکی انجینیر - آخری امتحان)

۴۲ — ایک ایسے مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع معلوم کرو جس کا رقبہ ۵ ایکڑ ہے۔ (جواب فٹوں میں دیا جائے)

۴۳ — ایک مساوی الساقین مثلث کا احاطہ ۳۰۶ فٹ اور مساوی ساقوں میں سے ہر ایک قاعدہ کا $\frac{5}{8}$ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۴۴ — ایک مثلث نما میدان جس کے اضلاع کے ناپ ۳۷۵، ۳۰۰ اور ۲۲۵ گز ہیں ۸۵۰ پونڈ میں فروخت کیا جاتا ہے (اس) کی قیمت فی ایکڑ دریافت کرو۔

۴۵ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۱۹۳۴۳٫۳۷ مربع فٹ ہے: اس کا ضلع دریافت کرو۔

۴۶ — ایک مثلث کا احاطہ ۲۶۴ فٹ ہے اور اُس کے اضلاع ۶، ۷ اور ۸ کے تناسب میں ہیں: اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۷ — ۱۲ پونڈ فی ایکڑ کی شرح سے ایک مثلث نما میدان ۵ پونڈ ۱۱ شلنگ $6\frac{1}{2}$ پنس کرایہ پر دیا گیا: اس کا ایک ضلع ۲۰۸ کرڑی ہے: مقابل کے زاویہ سے اس ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۴۸ — ۱ شلنگ ۹ پنس فی مربع گز کے حساب سے ایک مکان کی مستطیلی مثلث نما دیوار کو رنگوانے کی لاگت دریافت کرو۔

مکان کا عرض ۲۷ فٹ۔ زمین سے اولتی کا فاصلہ ۳۴ فٹ اور چھت کی عمودی بلندی ۱۴ فٹ ہے۔

رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : امتحان ماہواری

۴۹ ـــ ایک مثلث نما کھیت کے اضلاع ۳۵۰، ۴۴۰ اور ۷۵۰ گز ہیں یہ کھیت ۲۶ پونڈ ۵ شلنگ سالانہ کرایہ پر دیا گیا۔ بتاؤ کہ کس قیمت فی ایکر پر وہ کھیت کرایہ پر دیا گیا؟

۵۰ ـــ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۵، ۳۹ اور ۵۶ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے بڑے ضلع پر عمود کھینچا جائے تو وہ جن دو مثلثوں میں منقسم ہوگا اُن کے رقبے دریافت کرو۔

۵۱ ـــ ۱ شلنگ ۳ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ایک مثلث نما صحن کو فرش کروانے کی اُجرت ۱۰۰ پونڈ ہوتی ہے۔ اگر اضلاع میں سے ایک کا طول ۲۴ گز ہو تو بقیہ دو مساوی ضلعوں کا طول دریافت کرو۔

۵۲ ـــ ایک مثلث کے اضلاع ۱۵، ۱۴، اور ۱۳ فٹ ہیں: مربع کڑیوں میں رقبہ دریافت کرو۔

۵۳ ـــ مثلث نما صحن کا ایک ضلع ۸۹ فٹ اور مقابل کے زاویہ سے اُس پر کے عمود کا طول ۳۴ فٹ ہے، ۱ روپیہ ۳ آنہ فی مربع گز کے حساب اُس کو فرش کروانے کی اُجرت معلوم کرو۔

۵۴ ـــ ایک مثلث کے اضلاع ۱۲۰۰، ۱۴۵۰ اور ۱۶۵۰ فٹ ہیں، مربع گزوں میں رقبہ دریافت کرو۔

۵۵ ـــ ایک مثلث کے اضلاع ۱۱۱۵، ۱۷۵۰ اور ۱۷۶۵ فٹ ہیں، ایکڑ روڈ اور پرچ میں رقبہ دریافت کرو۔

۵۶ ـــ ایک مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۷۰ گز ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۵۷ ـــ اُس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہوگا جس کا رقبہ ۱۲۰ فٹ وتر والے مربع کے رقبہ کے برابر ہے؟

۵۸ ـــ ۳۶۳ گز طول اور ۲۴۰ گز ارتفاع کے ایک مثلث نما کھیت سے ۳۶ پونڈ سالانہ کی آمدنی ہوتی ہے، بتاؤ کہ وہ فی ایکر کس کرایہ پر دیا گیا۔

۵۹ ـــ ۵ آنہ فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے ایک میدان میں جس کے تینوں اضلاع

مساوی ہیں گھانس لگانے کی اُجرت ۵۵ روپے ۶ آنے ۹ پائی ہوتی ہے: اُس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

ڈڑکی اپر سب آرڈینیٹ: آخری امتحان

۶۰۔۔۔۔ ایک مقام پر زمین ۴۰ پونڈ فی ایکر کے حساب سے بکتی ہے یہاں ایک ایسا مثلث نما میدان ۳۰۰ پونڈ میں خریدا گیا جس کے ایک ضلع کا ناپ ۳۰۲ گز ۱ فٹ ۶ انچ ہے؛ اس مثلث کا ارتفاع گزوں میں دریافت کرو۔

سینڈ ھرسٹ

۶۱۔۔۔۔ ایک ایسے مساوی الساقین مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے قاعدہ کا طول ۱۶ فٹ اور ہر ایک ضلع کا طول ۱۷ فٹ ہے۔

۶۲۔۔۔۔ انچ کے ہزارویں حصہ تک صحت کے ساتھ ایک ایسے مثلث مساوی الساقین کی مساوی ساقوں کا طول دریافت کرو جس کا قاعدہ ۱۲ انچ اور رقبہ ۴ ء ۹۲ مربع انچ ہے۔

ملیشیا لڑکی

۶۳۔۔۔۔ اگر ایک مساوی الاضلاع مثلث کے ہر ضلع کے طول میں ۱ فٹ زیادہ کر دیا جائے تو اُس کے رقبہ میں ۳۱ مربع فٹ کی زیادتی ہو جاتی ہے: ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

زائد امتحانی سوالات ۵

۶۴۔۔۔۔ ایک بُرج کی جنوبی سمت میں کسی نقطہ ا پر کھڑا ہو کر ایک شخص مشاہدہ کرتا ہے کہ بُرج کی چوٹی اُفق کے ساتھ ۶۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ پھر نقطہ ب تک جو ا سے مغرب کی طرف ہے جاتا ہے اور یہاں ۴۵° کا زاویہ مشاہدہ کرتا ہے اور پھر ا ب ممدودہ کے ایک نقطہ ج پر ۳۰° کا زاویہ مشاہدہ کرتا ہے۔ بتاؤ کہ ب، نقاط ا اور ج کے وسط میں واقع ہے۔

(جامعۂ کلکتہ: امتحان ایف۔ اے)

۶۵۔۔۔۔ ایک مثلث کے اضلاع ۲۵، ۱۰۱، ۱۱۴ ہیں مقابل کے زاویہ سے بڑے ضلع پر عمود نکالا جائے تو اُن حصوں کے طول معلوم کرو جن میں کہ وہ ضلع منقسم ہو جائے گا۔

(یورپین اسکولز: فائنیل یو۔پی)

۶۶۔۔۔۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۷، ۱۵ اور ۸ انچ ہیں، اُس خطِ مستقیم کا طول

دریافت کرو جو ۱۷ فٹ طول کے ضلع کے نقطۂ وسطی کو مقابل کے زاویہ سے ملاتا ہے۔

(الٰہ آباد یونیورسٹی : میٹرک کیولیشن)

۶۷ ــــ ایک ایسے مثلث کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب

$\frac{۱۲۱}{۳}\sqrt{۶}$ ، $۱۰۱\sqrt{۲۴}$ ، $۲۵\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ گز ہیں۔

(پنجاب یونیورسٹی : میٹرک کیولیشن)

۶۸ ــــ ایک مثلث کے خطوطِ وسطی بالترتیب ۱۰۵ ، ۱۵۶ ، ۲۱۹ فٹ ہیں مثلث کا رقبہ دریافت کرو ۔

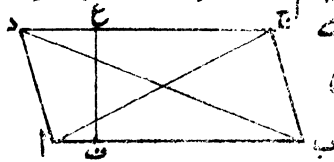
(یوروپین اسکولز : فائینل۔ یو۔ پی)

متوازی الاضلاع

۲۶—— **متوازی الاضلاع** چار ضلعوں کی ایک ایسی مستقیم الاضلاع شکل ہے جس کے مقابل کے اضلاع متوازی ہوتے ہیں۔

متوازی الاضلاع کے وتر (یا قطر) وہ خطوط مستقیم ہیں جو مقابل کے نقاطِ زاویہ کو ملاتے ہیں۔

متوازی الاضلاع کا وہ ضلع جس پر اس کا قیام سمجھا جاتا ہے **قاعدہ** کہلاتا ہے۔

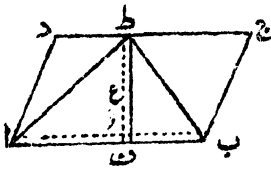
متوازی الاضلاع کے **ارتفاع** سے وہ عمودی فاصلہ مراد ہے جو قاعدہ اور اس کے مقابل کے ضلع کے درمیان ہوتا ہے۔

پس متوازی الاضلاع ا ب ج د میں ا ج اور ب د دو وتر ہیں۔ نیز ا ب کو قاعدہ اور ع ف کو ارتفاع قرار دیا جاسکتا ہے۔

جب متوازی الاضلاع کے ضلعے برابر ہوتے ہیں تو اس کو **معین** کہتے ہیں۔ (دیکھو شکل)

معین

مسئلہ ۵

۲۷—— **متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا قاعدہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں۔**

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک متوازی الاضلاع ہے اور ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے قاعدہ ا ب اور ارتفاع ط ف کے ناپ بالترتیب ق اور ع ہیں۔

مطلوب ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ ا اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔
ب ط اور ا ط کو ملاؤ
اب چونکہ۔
متوازی الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ = ۲ × △ ا ط ب کا رقبہ... اقلیدس مقالہ اول شکل ۴۱
" " " = ۲ × ½ × ا ب × ط ف ..... دفعہ ۲۰
= اَ ع مربع اکائیاں

قاعدہ۔ متوازی الاضلاع کے قاعدہ میں طولی اکائیوں کی تعداد کو اس کے ارتفاع میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے رقبہ میں متناظر مربع اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرے گا۔

یا مختصراً۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × ارتفاع

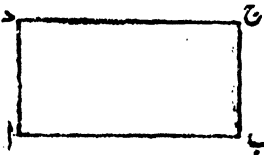
$$ق = اَ ع \quad .... (۱)$$

متوازی الاضلاع کا قاعدہ = $\frac{رقبہ}{ارتفاع}$

$$اَ = \frac{ق}{ع} \quad .... (۲)$$

اور متوازی الاضلاع کا ارتفاع = $\frac{رقبہ}{قاعدہ}$

$$ع = \frac{ق}{اَ} \quad .... (۳)$$

خاص صورت

۲۸ ـــــ مستطیل

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک مستطیل ہے۔

تب اگر اب کو اس کا قاعدہ قرار دیا جائے تو ظاہر ہے کہ ب ج ارتفاع ہوگا۔

اب کسی متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × ارتفاع ...... دفعہ ۲۷

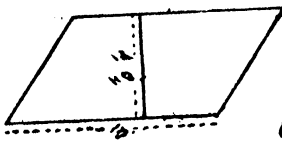
∴ مستطیل ا ب ج د کا رقبہ = ا ب × ب ج

= طول × عرض

ق = ل × ع

یہ نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۸ میں حاصل کیا جا چکا ہے۔

۲۹۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱:- ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ فٹ اور ارتفاع ۲ فٹ ۵ انچ ہے: اس کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ = قَ × ع مربع اکائیاں ... دفعہ ۲۷

یہاں قَ = ۵ × ۱۲ = ۶۰ انچ، ع = ۲ × ۱۲ + ۵ = ۲۹ انچ

∴ متوازی الاضلاع کا رقبہ = ۶۰ × ۲۹ مربع انچ

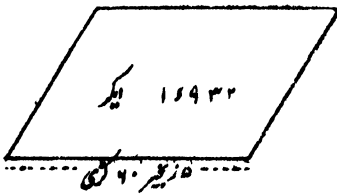
= ۱۷۴۰ مربع انچ

مثال ۲:- ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱٫۹۳۲ ایکڑ ہے۔ اگر اس کا قاعدہ ۵ زنجیر ۶۰ کڑی ہو۔ اُس کا ارتفاع کیا ہونا چاہیے؟

متوازی الاضلاع کا ارتفاع = ق / قَ زنجیر .... دفعہ ۲۷

یہاں ق = ۱٫۹۳۲ × ۱۰ = ۱۹٫۳۲ مربع زنجیر

اور قَ = ۵٫۶ زنجیر

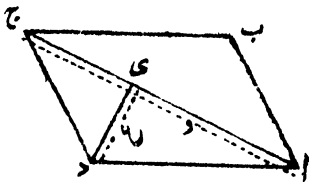
∴ متوازی الاضلاع کا ارتفاع = ۱۹٫۳۲ / ۵٫۶ زنجیر

= ۳٫۴۵ زنجیر

= ۳ زنجیر ۴۵ کڑی

مسئلہ ۶

۳۰۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کا ایک وتر اور بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اِس وتر پر عمود کا طول دیا ہُوا ہو۔

نوٹ ۔ علم ہندسہ سے ثابت کیا جا سکتا ہے کہ متوازی الاضلاع کے ایک وتر پر مقابل کی راسوں سے گرائے ہوئے عمودوں کا طول مساوی ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک متوازی الاضلاع ہے اور اُس کے وتر ا ج میں و طولی اکائیاں شامل ہیں۔

نیز فرض کرو کہ د سے ا ج پر کے عمود د ی کا ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ و اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب چونکہ۔

متوازی الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ = ۲ × △ ا د ج کا رقبہ

(اقلیدس مقالۂ اوّل شکل ۳۴)

" " " " = ۲ × $\frac{۱}{۲}$ ا ج × د ی ...... دفعہ ۲۰

= و × ع مربع اکائیاں

پس **قاعدہ**۔ متوازی الاضلاع کے وتر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کے عمودی فاصلہ میں اُسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اُس کے رقبہ میں متناظر مربع اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے۔

یا اختصاراً۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ = وتر × کسی بقیہ راس سے اس وتر کا عمودی فاصلہ

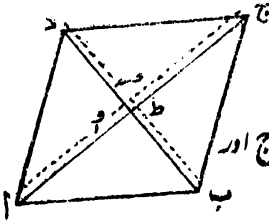
ق = و ع .... (۱)

∴ وتر = رقبہ / عمودی فاصلہ

و = ق / ع .... (۲)

اور عمودی فاصلہ = رقبہ / وتر

ع = ق / و .... (۳)

خاص صورت

۳۱ — معیّن۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک معیّن ہے۔

علم ہندسہ سے یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ اس کے وتر ا ج اور ب د ایک دوسرے کی زاویۂ قائمہ پر تنصیف کرتے ہیں۔

یعنی د ط = $\frac{1}{2}$ د ب = ع

اور اگر ا ج اور د ب کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب و۱، و۲ ہوں تو

ع = $\frac{1}{2}$ د ب = و۲ / ۲

اور معیّن کا رقبہ = ا ج × د ط .... دفعہ ۳۰

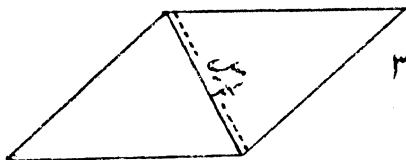
= و۱ × و۲ / ۲ مربع اکائیاں

پس قاعدہ —

معیّن کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × وتروں کا حاصل ضرب

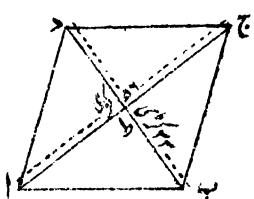
ق = $\frac{1}{2}$ و۱ و۲

توضیحی مثالیں

۴۲ ـ مثال ۱ ـ: متوازی الاضلاع کی وضع کے ایک شہر کا رقبہ ۲۰۰ ایکڑ ہے اور اس کے ایک وتر کا طول ½ میل ہے بقیہ راسوں سے اس وتر کے عمودی فاصلے دریافت کرو۔

مطلوبہ فاصلہ = ق/و گز .... دفعہ ۳۰

یہاں ق = ۲۰۰ × ۴۸۴۰ مربع گز

اور و = ۸۸۰ گز

∴ مطلوبہ فاصلہ = (۴۸۴۰ × ۲۰۰) / ۸۸۰ = ۱۱۰۰ گز

مثال ۲ ـ ایک معین کے وتر بالترتیب ۵۶ کڑی اور ۳۳ کڑی ہیں: اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

معین ا ب ج د میں فرض کرو کہ ا ج اور ب د کے ناپ بالترتیب ۵۶ کڑی اور ۳۳ کڑی ہیں۔

اب چونکہ معین کے وتر ایک دوسرے کی زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتے ہیں ...... دفعہ ۳۱

∴ △ ا ط ب میں۔

∠ ا ط ب ایک قائمہ ہے

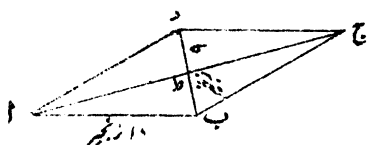
ا ط = ½ ا ج = ۲۸ کڑی

ب ط = ½ ب د = ۱۶٫۵ کڑی

اس لیے۔

ا ب = √((۲۸)² + (۱۶٫۵)²) کڑی .... دفعہ ۱۶

= ۳۲٫۵ کڑی

مثال ۳ ـ: ایک معین ا ب ج د کا ضلع ۱۰ زنجیر اور ایک وتر ب د کا طول ۹ زنجیر ہے۔ دوسرے وتر کا طول اور معین کا رقبہ دریافت کرو۔

∵ ا ط ب ایک مثلث قائم الزاویہ ہے۔ دفعہ ۳۱

∴ ا ط = √(ا ب² ـ ب ط²) .... دفعہ ۱۶

= √((۱۸)² − (۹/۲)²) زنجیر

= √((۱۲۹٦ − ۸۱)/۴) زنجیر

= √۱۲۱۵ / ۲ زنجیر

= ۳۴٫۸۵٦..... / ۲ زنجیر

∴ اج = ۳۴٫۸۵٦..... زنجیر

پھر —

معین کا رقبہ = ½ و۱ و۲ مربع اکائیاں .... دفعہ ۳۱

جہاں و۱ = ۹ زنجیر اور و۲ = ۳۴٫۸۵٦ زنجیر

∴ رقبہ = ۱۵٦٫۸۵.... مربع زنجیر

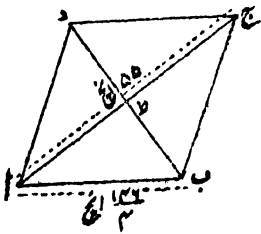
مثال ۴ :— ایک معین کا احاطہ ۱۴٦ انچ اور اس کا ایک وتر ۵۵ انچ ہے دوسرا وتر دریافت کرو۔

معین ا ب ج د میں فرض کرو کہ اج کا ناپ ۵۵ انچ اور معین کا احاطہ ۱۴٦ انچ ہے۔

تب اب کا طول = ۳٦٫۵ انچ

اور اط " = ۲۷٫۵ انچ

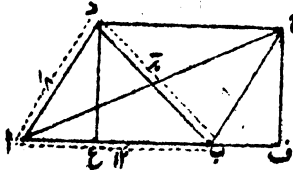
∴ ب ط = ½ ب د = √(اب² − اط²) .... دفعہ ۱٦

= √((۳٦٫۵)² − (۲۷٫۵)²) انچ

= ۲۴ انچ

اس لئے دوسرا وتر = ۴۸ انچ

مثال ۵ :— ایک متوازی الاضلاع کے متصل ضلعے ۱۲ فٹ اور ۸ فٹ ہیں اور اس کے ایک وتر کا طول ۱۰ فٹ ہے۔ دوسرے وتر کا طول دریافت کرو۔

متوازی الاضلاع ا ب ج د میں فرض کرو کہ

اب = ۱۲ فٹ، اد = ۸ فٹ

اور ب د = ۱۰ فٹ

ضلع ا ب اور اس کے ممدودہ پر نقاط د اور ج سے د ع اور ج ف عمود گراؤ۔

اب د ب^2 = د ا^2 + ا ب^2 − ۲ × ا ب × ا ع .... اقلیدس مقالہ دوم شکل ۱۳

اور ا ج^2 = ب ج^2 + ا ب^2 + ۲ × ا ب × ب ف ...... اقلیدس مقالہ دوم شکل ۱۲

اس لئے جمع کرنے سے

د ب^2 + ا ج^2 = ۲ × ا د^2 + ۲ ا ب^2 (کیونکہ ا ع = ب ف)

اس لئے اگر ا ج کا طول لا فٹ ہو تو

لا^2 = ۲ × (۸)^2 + ۲ (۱۲)^2 − (۱۰)^2

= ۱۲۸ + ۲۸۸ − ۱۰۰

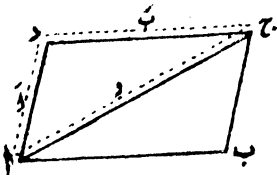
= ۳۱۶

∴ لا = $\sqrt{۳۱۶}$

= ۱۷٫۷۷۶...... تقریباً

اس لئے دوسرے وتر کا طول تقریباً ۱۷٫۷۷۶ فٹ ہے۔

مسئلے

۳۳۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ ایک وتر اور دو متصل ضلعے دئے ہوئے ہیں۔

متوازی الاضلاع ا ب ج د میں

فرض کرو کہ وتر ا ج کا طول کسی طولی اکائی کے لحاظ سے و ہے اور اس کے متصل اضلاع ا د، د ج کے ناپ اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب اَ اور بَ ہیں۔

تب ب ج اور ا ب کے ناپ بھی اَ اور بَ سے تعبیر ہونگے۔
(اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۴)

مطلوب یہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ اَ، بَ اور و کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب چونکہ

متوازی الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ = ۲ × △ ا د ج کا رقبہ (اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۴)

∴ " " " = $2\sqrt{ص(ص-اَ)(ص-بَ)(ص-وَ)}$ مربع اکائیاں دفعہ ۲۳

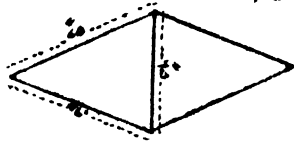
پس قاعدہ—

متوازی الاضلاع کا رقبہ ایک ایسے مثلث کے رقبہ کا دوچند ہوتا ہے جس کے اضلاع متوازی الاضلاع کا ایک وتر اور کوئی سے دو متصل ضلعے ہوتے ہیں۔

۳۴— توضیحی مثال

مثال:- ایک ایسے متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے ایک وتر کا ناپ ۶۵ انچ اور دو متصل اضلاع کے ناپ بالترتیب ۷۰ انچ اور ۷۵ انچ ہیں۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ = $2\sqrt{ص(ص-اَ)(ص-بَ)(ص-وَ)}$ مربع اکائیاں ... دفعہ ۳۳)

یہاں اَ = ۷۰″، بَ = ۷۵″ اور وَ = ۶۵″

∴ ص = $\frac{۶۵+۷۵+۷۰}{۲}$ = ۱۰۵

اور ص - اَ = ۱۰۵ - ۷۰ = ۳۵

ص - بَ = ۱۰۵ - ۷۵ = ۳۰

ص - وَ = ۱۰۵ - ۶۵ = ۴۰

∴ متوازی الاضلاع کا رقبہ = $2 \times \sqrt{105 \times 35 \times 30 \times 40}$ مربع انچ

= $2 \times \sqrt{5^2 \times 7^2 \times 3^2 \times 10^2 \times 2^2}$ مربع انچ

= ۲ × ۲۱۰۰ مربع انچ

= ۴۲۰۰ مربع انچ

امثلہ نمبری ۶ (و)

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو :—

۱ — قاعدہ ۲۴ فٹ، ارتفاع ۱۳ فٹ

۲ — قاعدہ ۵ گز ۲ فٹ، ارتفاع ۹ گز ۱ فٹ

۳ — قاعدہ ۴۶ء۱۵ زنجیر، ارتفاع ۲ء۱۲ زنجیر

ذیل کے متوازی الاضلاع کے قاعدے دریافت کرو :

۴ — رقبہ ۲۵۶ مربع فٹ، ارتفاع ۳۲ فٹ

۵ — رقبہ ۲۳ مربع گز ۸ مربع فٹ، ارتفاع ۱۴ گز ۱ فٹ

۶ — رقبہ ۱ ایکڑ، ارتفاع ۸ء۳ زنجیر

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:

۷ — ایک وتر ۵ فٹ ۸ انچ، بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کا عمودی فاصلہ ۲ فٹ ۳ انچ ہے۔

۸ — ایک وتر ۱۵ زنجیر ۳۴ کڑی اور بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کا عمودی فاصلہ ۷ زنجیر ۴۵ کڑی ہے۔ (جواب ایکڑ میں نکالا جائے)

۹ — ایک متوازی الاضلاع کے رقبہ کا ناپ ۱۵ مربع گز اور اُس کے ایک وتر کا طول ۷ گز ۱ فٹ ۶ انچ ہے۔ کسی ایک بقیہ راس سے اس وتر کا عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۱۰ — کسی معین کے وتروں کے ناپ بالترتیب ۳ فٹ ۶ انچ اور ۲ فٹ ۹ انچ ہیں۔ اُس کا احاطہ معلوم کرو۔

۱۱ — متوازی الاضلاع کی وضع کے ایک قطعہ زمین پر ۴ آنہ ۶ پائی فی مربع گز کے حساب سے گھانس لگوانے کی اجرت دریافت کرو۔ متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۶۲ فٹ اور ارتفاع ۴۶ فٹ ہے۔

۱۲ — ایک معین کا احاطہ ۴ء۲ انچ اور ایک وتر ۴ء۱۰ انچ ہے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۳ — ایک معین کا ضلع ۶۵ زنجیر اور اس کے ایک وتر کا ناپ ۱۱۲ زنجیر ہے : دوسرے وتر کا طول دریافت کرو۔

امثلہ نمبری ۶ (ب)

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو :—

۱۴ — قاعدہ ۲۰ راسی، ارتفاع ۱۶ راسی

۱۵ — قاعدہ ۱۰ راسی ۶ لاٹھ، ارتفاع ۳۲ لاٹھ

۱۶ — قاعدہ ۳ ر ۸ راسی، ارتفاع ۸ ر ۶ راسی

۱۷ — اُس متوازی الاضلاع کا قاعدہ معلوم کرو جس کا رقبہ دو بیگھ اور جس کے ارتفاع کا ناپ ۳ راسی ۶ لاٹھ ہے۔

۱۸ — اُس متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے ایک وتر کا ناپ ۲ راسی ۸ لاٹھ اور بقیہ راسوں میں سے ایک سے اِس وتر کا عمودی فاصلہ ۱۰ لاٹھ ہے۔

۱۹ — اُس شکلِ معین کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتروں کا ناپ بالترتیب ۱۵ لاٹھ اور ۱۳ لاٹھ ہے۔

سوالات امتحانات ۶

۱ — ایک معین کے وتر ۶ فٹ اور ۸ فٹ ہیں: ایک ضلع کا طول اور اُس کا ارتفاع دریافت کرو۔
(جامعہ الٰہ آباد: میٹری کیولیشن)

۲ — ایک معین کے وتر ۲۷ اور ۹۶ ہیں: اُس کا رقبہ اور اضلاع کے طول دریافت کرو۔
(جامعہ کلکتہ: میٹری کیولیشن)

۳ — ایک معین کا ہر ایک ضلع ۳۰۳ فٹ اور ایک وتر ۵۰۰ فٹ ہے اس کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔
(مدراس ٹکنیکل: ابتدائی)

۴ — معین کا رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔ اُس کے وتر ۱۶۰ فٹ اور ۱۰۰ فٹ ہیں۔
(مدراس ٹکنیکل: ابتدائی)

۵ — شکل معین کی وضع کی ایک چٹائی کا رقبہ ۸ مربع گز اور اُس کا احاطہ ۳۶ فٹ ہے اس کا عمودی عرض دریافت کرو۔
(مدراس ٹکنیکل: ابتدائی)

۶ — ایک معین کے نصف وتر بالترتیب ۸ اور ۱۶ انچ ہیں۔ معین کا رقبہ اور اُس کے ضلع کا طول دریافت کرو۔
(یوروپین اسکولز: فائینل صوبجات متحدہ)

۷ — ایک معین کا رقبہ ۱۲۰۰۰ مربع فٹ اور ضلع ۴۰۰ فٹ ہے اس کے وتر معلوم کرو۔
(رُڑکی انجینیر: [illegible] داخلہ)

۸ — ایک معین کے وتر بالترتیب ۴۰ اور ۶۰ گز ہیں؛ اُس کا رقبہ، احاطہ اور ارتفاع

دریافت کرو۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۹۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۸۸ اور ۲۳۴ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔ نیز معین کے ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۰۔ ایک معین کا ضلع ۲۶ فٹ اور اُس کا ایک وتر ۱۸ فٹ ہے: دوسرا وتر اور شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (رُڑکی انجینیر: فائنل)

۱۱۔ ایک معین کا ضلع ۲۰ اور اُس کا بڑا وتر ۳۴٫۶۴ ہے: رقبہ اور دوسرا وتر دریافت کرو۔

(رُڑکی انجینیر: فائنل)

۱۲۔ ایک معین کا رقبہ ۴۴۱۴۳۵ مربع فٹ اور ایک وتر ۶۷۲ فٹ ہے: دوسرا وتر دریافت کرو۔ معین کے ایک ضلع کا طول اور اُس کا ارتفاع بھی معلوم کرو۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۳۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۶۰ فٹ اور ۵۴ فٹ ہیں: اُس کا رقبہ دریافت کرو۔ معین کے ایک ضلع کا طول اور اُس کا ارتفاع بھی معلوم کرو۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۴۔ ایک معین کا ضلع ۲۰ فٹ اور اُس کا چھوٹا وتر بڑے وتر کا تین چوتھائی ہے، اُس کا رقبہ دریافت کرو۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۵۔ ایک معین کے وتر ۴ فٹ اور ۱ فٹ ۲ انچ ہیں: ضلعے اور رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد : میٹرکیولیشن)

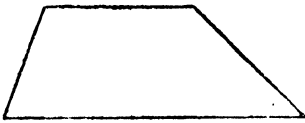
۱۶۔ شکل معین کی وضع کے ایک میدان کے وتر ۲۸۰۰ گز اور ۸۵۰ گز ہیں: ۴ پونڈ ۱۰ شلنگ ۶ پنس فی ایکڑ کے حساب سے قریب ترین پیسی تک اُس کا کرایہ دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ : امتحان ایف۔اے)

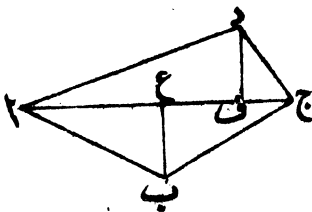
۱۷۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۸۰ اور ۶۰ فٹ ہیں: معین کا رقبہ، ضلع کا طول اور ارتفاع دریافت کرو۔

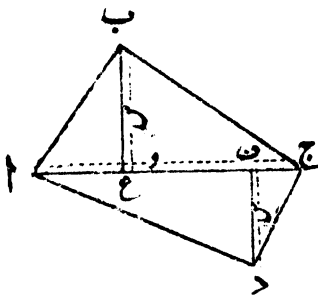
(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

ذوا ربعۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل

۴۵ ــــــ ذوا ربعۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل اُس شکل کو کہتے ہیں جو چار مستقیم خطوں سے گھری ہوئی ہو۔

اگر چار ضلعی کے کوئی سے دو مقابل کے اضلاع متوازی ہوں تو ایسی شکل کو منحرف کہتے ہیں (شکل ملاحظہ ہو)۔

چار ضلعی کا کوئی ایک وتر کھینچا جائے اور بقیہ راسوں سے اس پر عمود نکالے جائیں تو ان عمودوں کو بیرونی عمود کہتے ہیں۔

پس چار ضلعی ا ب ج د میں عمود د ف اور ب ع وتر ا ج سے راس د اور ب تک کے بیرونی عمود ہیں۔

مسئلہ ۸

۳۶ ـــــ چار ضلعی کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا ایک وتر اور بقیہ راسوں تک اس کے بیرونی عمود کے طول دیے ہوئے ہوں۔

چار ضلعی ا ب ج د میں فرض کرو کہ وتر ا ج کا ناپ کسی طولی اکائی کے رقوم میں و ہے۔ اور اس وتر سے د اور ب پر کے بیرونی عمود د ف اور ب ع کے طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب $س_۱$ اور $س_۲$ ہیں۔
مطلوب یہ ہے کہ چار ضلعی کا رقبہ و، $س_۱$ اور $س_۲$ کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب چونکہ ـــــ

چار ضلعی ا ب ج د کا رقبہ = ۵ ا ب ج کا رقبہ + ۵ ا د ج کا رقبہ

∴ چار ضلعی ا ب ج د کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ا ج × د ف + $\frac{1}{2}$ × ا ج × ب ع .... دفعہ (۲۰)

= ($\frac{1}{2}$ و $س_۲$ + $\frac{1}{2}$ و $س_۱$) مربع اکائیاں

= $\frac{1}{2}$ و ($س_۲$ + $س_۱$) مربع اکائیاں

پس قاعدہ یہ ہے ـــــ

چار ضلعی شکل کے وتر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو مقابل کے زاویائی نقاط پر اس کے بیرونی عمود میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے مجموعہ سے ضرب دو۔

تب اِس حاصل ضرب کا نصف تمناظر مربع اکائیوں میں چارضلعی کے رقبہ کو تعبیر کرے گا۔

یا اختصاراً

چارضلعی شکل کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ وتر × بیرونی عمودوں کا مجموعہ

$$ق = \frac{1}{2} و (س_1 + س_2) \ldots\ldots (1)$$

∴ ذوار بعۃ الاضلاع کا وتر = $\frac{2 \times \text{رقبہ}}{\text{بیرونی عمودوں کا مجموعہ}}$

$$و = \frac{2ق}{س_1 + س_2} \ldots\ldots (2)$$

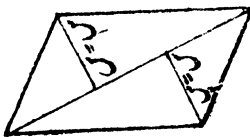
نوٹ:۔ اگر وتر شکل کے باہر واقع ہوتا ہو تو جیسا کہ ظاہر ہے قاعدہ بالا حسبِ ذیل ہو جاتا ہے۔

چارضلعی شکل کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ وتر × (اس کے بیرونی عمودوں کا فرق)

ذو اربعۃ الاضلاع ا ب ج د سے اس کی توضیح ہو سکتی ہے۔

۳۷ـــــ خاص صورتیں

ا۔ متوازی الاضلاع۔

اِس صورت میں کسی وتر سے بقیہ زاویئی نقاط پر کے بیرونی عمود ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ ۔ دفعہ ۳۰

یعنی $س_1 = س_2 = س$

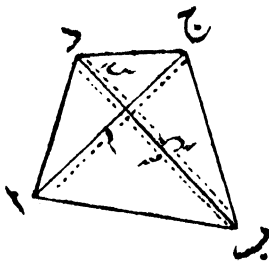
اب کسی چارضلعی کا رقبہ =

$\frac{1}{2} و (س_1 + س_2)$ مربع اکائیاں ۔۔۔۔۔ دفعہ ۳۶

∴ متوازی الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2} و (س + س)$ مربع اکائیاں

= وس مربع اکائیاں

یہی نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۳۰ میں بھی حاصل کیا گیا تھا۔

۲۔ چار ضلعی جس کے وتر ایک دوسرے کو زاویۂ قائمہ پر کاٹتے ہیں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک ایسا چار ضلعی ہے جس کے وتر ا ج اور ب د ایک دوسرے کو زاویۂ قائمہ پر کاٹتے ہیں۔

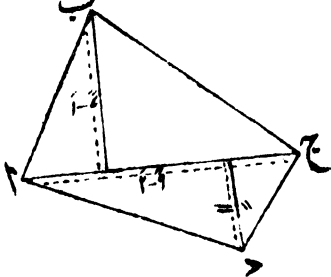
فرض کرو کہ وتروں ا ج اور ب د کے ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب $و_1$، $و_2$ ہیں۔ ظاہر ہے کہ وتر ا ج سے کھینچے ہوئے بیرونی عمودوں کا مجموعہ دوسرے وتر ب د کے مساوی ہے۔

یعنی $س_1 + س_2 = و_2$

اب کسی چار ضلعی کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ د ($س_1 + س_2$) مربع اکائیاں .... دفعہ ۳۶

∴ چار ضلعی ا ب ج د کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ $و_1$ $و_2$ مربع اکائیاں

۳۸ — توضیحی مثالیں

مثال ۱:۔ ایک چار ضلعی ا ب ج د میں وتر ا ج کا طول ۲ فٹ ۹ انچ اور اس وتر سے ب اور د پر کے بیرونی عمود کے طول بالترتیب ۱ فٹ، ۷ انچ اور ۱۱ انچ ہیں۔ چار ضلعی کا رقبہ دریافت کرو۔ ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ د ($س_1 + س_2$) مربع انچ دفعہ ۳۶

یہاں د = ۲ × ۱۲ + ۹ = ۳۳ انچ

$س_1$ = ۱ × ۱۲ + ۷ = ۱۹ انچ

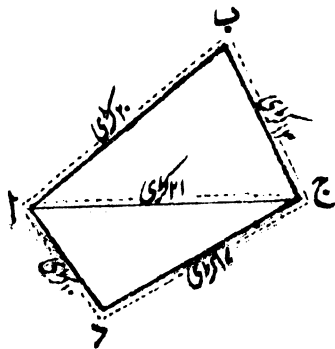
اور س$_2$ = ۱۱ انچ

∴ چار ضلعی کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ۳۳ (۱۹ + ۱۱) مربع انچ

= $\frac{1}{2}$ × ۳۳ × ۳۰ مربع انچ

= ۴۹۵ مربع انچ

= ۳ مربع فٹ ۶۳ مربع انچ

مثال ۲:۔ ایک چار ضلعی ا ب ج د میں اضلاع ا ب، ب ج، ج د، د ا کے ناپ بالترتیب ۲۰، ۱۳، ۱۷، ۱۰ کڑی اور وتر ا ج کا طول ۲۱ کڑی ہے: چار ضلعی شکل کا رقبہ دریافت کرو۔

چار ضلعی کا رقبہ = △ ا ب ج کا رقبہ + △ ا ج د کا رقبہ

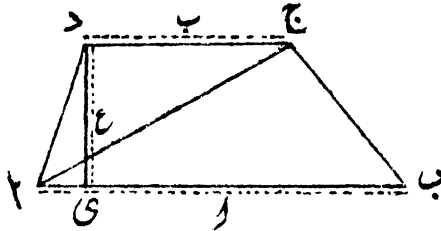
= $\sqrt{۲۷ \times ۱۴ \times ۷ \times ۶}$ مربع کڑی + $\sqrt{۲۴ \times ۱۴ \times ۷ \times ۳}$ مربع کڑی ..... دفعہ ۲۳

= ۱۲۶ مربع کڑی + ۸۴ مربع کڑی

= ۲۱۰ مربع کڑی

مسئلہ ۹

۳۹۔۔۔ شکلِ منحرف کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے متوازی اضلاع

اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ کے طول دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک شکل منحرف ہے۔ اور اُس کے متوازی اضلاع ا ب اور ج د کے طول کسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ا اور ب ہیں نیز ان کے درمیانی عمودی فاصلہ د ی کا طول اُسی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ شکل منحرف کا رقبہ ا، ب اور ع کی رقوم میں معلوم کیا جائے۔

ا ج کو ملاؤ۔

اب چونکہ شکل منحرف کا رقبہ = △ ا ج د کا رقبہ + △ ا ب ج کا رقبہ

∴ شکل منحرف کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ د ج × د ی + $\frac{1}{2}$ ا ب × د ی ...... دفعہ ۲۰

= ($\frac{1}{2}$ ب ع + $\frac{1}{2}$ ا ع) مربع اکائیاں

= $\frac{1}{2}$ ع (ا + ب) مربع اکائیاں

پس قاعدہ

شکل منحرف کے متوازی اضلاع میں طولی اکائیوں کی تعداد کے مجموعہ کو اُن کے درمیانی عمودی فاصلہ میں اُسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کا نصف متناظر مربع اکائیوں میں اُس کے رقبہ کو تعبیر کریگا۔

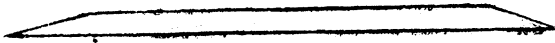
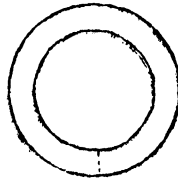
یا اختصاراً

شکل منحرف کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × متوازی اضلاع کا مجموعہ × ارتفاع

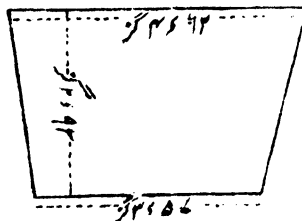
$$ق = \frac{1}{2}\,(ا + ب)\,ع \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

∴ شکل منحرف کے متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ یا اس کا ارتفاع = $\frac{2 \times رقبہ}{متوازی\ اضلاع\ کا\ مجموعہ}$

$$ع = \frac{2\,ق}{ا + ب} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

اگر کسی حلقہ کو اُس کے بیرونی محیط کے کسی نقطہ پر سے کاٹا جائے

اور پھر اُسے سیدھا کیا جائے تو اُس کی سطح ایک ایسی شکل منحرف کی سطح اختیار کریگی جس کے متوازی اضلاع بالترتیب حلقہ کے اندرونی اور بیرونی محیط ہوں گے اور جس کے متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ حلقہ کے عرض کے برابر ہوگا۔

توضیحی مثالیں

۴۰ــــــ مثال ۱:۔ ایک شکلِ منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۵۷ء۳ گز اور ۶۲ء۴ گز ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۹۳ء۲ گز ہے۔ شکلِ منحرف کا رقبہ دریافت کرو۔

شکلِ منحرف کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (ا + ب) ع مربع گز ۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ دفعہ (۳۹)

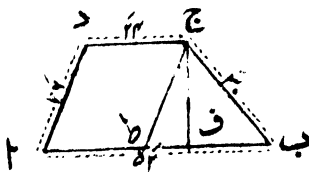
جہاں ا = ۵۷ء۳ گز

ب = ۶۲ء۴ گز

ع = ۹۳ء۲ گز

∴ شکلِ منحرف کا رقبہ } = $\frac{1}{2}$ (۵۷ء۳ + ۶۲ء۴) × ۹۳ء۲ مربع گز

= ۹۹۸۳۵ء۱۱ مربع گز

مثال ۲ :۔ ایک شکلِ منحرف کے متوازی اضلاع ۲۴ اور ۵۲ فٹ اور دوسرے اضلاع ۲۶ اور ۳۰ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔

شکلِ منحرف ا ب ج د میں فرض کرو کہ

د ج = ۲۴ فٹ، ا ب = ۵۲ فٹ

د ا = ۲۶ فٹ، ج ب = ۳۰ فٹ

ج سے ج ط، د ا کے متوازی

اور ج ف، ا ب پر عمود نکالو۔

تب ط ب = ا ب - ا ط = (۵۲-۲۴) فٹ = ۲۸ فٹ

اب، △ ط ب ج کا رقبہ = $\sqrt{}$ص (ص - اَ) (ص - بَ) (ص - جَ) مربع فٹ ۔۔۔۔۔ دفعہ ۲۴

جہاں اَ = ۲۶، بَ = ۲۸، جَ = ۳۰

∴ ص = ۴۲ فٹ

∴ △ ط ب ج کا رقبہ = $\sqrt{}$۴۲ × ۱۶ × ۱۴ × ۱۲ مربع فٹ

= ۳۳۶ مربع فٹ

لیکن ج ف = $\frac{۲ △ ط ب ج کا رقبہ}{ب}$ فٹ ۔۔۔۔۔۔ دفعہ ۲۰

= $\frac{۶۷۲}{۲۸}$ فٹ

= ۲۴ فٹ

∴ شکلِ منحرف کا رقبہ = ½ (ا + ب) ع مربع فٹ

اِس میں ا = ۲۴، ب = ۵۲، ع = ۲۴

∴ شکلِ منحرف کا رقبہ = ½ (۲۴ + ۵۲) × ۲۴ مربع فٹ

= ۹۱۲ مربع فٹ

مثال ۳ :۔ ایک ایسے سطح مستدیر حلقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے بیرونی اور اندرونی محیط بالترتیب ۵۰٫۲۶۵۴۴ انچ اور ۴۳٫۹۸۲۲۶ انچ ہیں اور حلقہ کا عرض ایک انچ ہے۔

۴۳٫۹۸۲۲۶

۵۰٫۲۶۵۴۴

حلقہ کا رقبہ = شکلِ منحرف کا رقبہ .... دفعہ ۳۹

= ½ (ا + ب) ع مربع اکائیاں .... دفعہ ۳۹

یہاں ا = ۵۰٫۲۶۵۴۴ انچ

ب = ۴۳٫۹۸۲۲۶ انچ

اور ع = ۱ انچ

∴ حلقہ کا رقبہ = ½ (۵۰٫۲۶۵۴۴ + ۴۳٫۹۸۲۲۶) مربع انچ

= ½ × ۹۴٫۲۴۷۷۰ مربع انچ

= ۴۷٫۱۲۳۸۵ مربع انچ

۴۱ —— دائرہ کے اندرونی ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ اُس کے چار اضلاع کی رقوم میں اس طرح بیان کیا جا سکتا ہے۔

ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ = √[(ص - اَ) (ص - بَ) (ص - جَ) (ص - دَ)] مربع اکائیاں

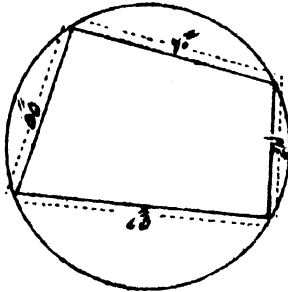
جہاں اَ، بَ، جَ، دَ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے ذوار بعۃ الاضلاع کے ضلعوں کے طول کو ظاہر کرتے ہیں۔ اور

ص = (اَ + بَ + جَ + دَ) / ۲

اِس ضابطہ کے ثبوت کا انحصار اس مسئلہ پر ہے کہ دائرے کے اندر کوئی ذو اربعۃ الاضلاع بنایا جائے تو اُس کے متقابل زاویوں کا مجموعہ دو قائموں کے برابر ہوتا ہے .... اقلیدس مقالہ سوم شکل ۲۲

توضیحی مثال

۴۲ ــــ مثال :۔ دائرے کے اندر بنی ہوئی ایک شکل ذو اربعۃ الاضلاع کے ضلعوں کے طول ۷۵، ۵۵، ۶۰ اور ۴۰ انچ ہیں۔ اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ $= \sqrt{(ص - اَ)(ص - بَ)(ص - جَ)(ص - دَ)}$ مربع اکائیاں ..... دفعہ ۴۱

یہاں اَ = ۷۵″، بَ = ۵۵″، جَ = ۶۰″ اور دَ = ۴۰″

∴ $ص = \frac{۷۵ + ۵۵ + ۶۰ + ۴۰}{۲} = ۱۱۵″$

∴ ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ $= \sqrt{۴۰ \times ۶۰ \times ۵۵ \times ۷۵}$ مربع انچ

$= ۳۰۰\sqrt{۱۱۰}$ مربع انچ

$= ۳۱۴۶$ مربع انچ تقریباً

$= ۲۱٫۸۵$ مربع فٹ تقریباً

امثلہ نمبری ۷ (و)

ذیل کے ذو اربعۃ الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:۔

۱ ــــ وتر ۲۱۳ فٹ، بیرونی عمود ۹۷ اور ۱۰۳ فٹ

۲ ــــ وتر ۵ گز ۲ فٹ، بیرونی عمود ۱ گز ۲ فٹ اور ۲ گز ۱ فٹ

۳ ــــ وتر ۹ زنجیر ۱۲ کڑی بیرونی عمود ۴ زنجیر ۲۳ کڑی اور ۵ زنجیر ۵۶ کڑی۔

۴ ــــ وتر ۱۲ زنجیر ۲۲ کڑی، بیرونی عمود ۷ زنجیر ۱۳ کڑی اور ۸ زنجیر ۴۴ کڑی۔

ذیل کے اشکالِ منحرف کے رقبے دریافت کرو:۔

۵ — متوازی اضلاع ۵ اور ۸۳ فٹ، عمودی فاصلہ ۱۶ فٹ

۶ — متوازی اضلاع ۴ گز ۱ فٹ اور ۳ گز ۲ فٹ۔ عمودی فاصلہ ۲ فٹ

۷ — متوازی اضلاع ۴ زنجیر ۱۸ کڑی اور ۷ زنجیر۔ عمودی فاصلہ ۷۰ کڑی۔

۸ — متوازی اضلاع ۹ زنجیر ۳ء ۱۴ کڑی اور ۵ ، ۷۴ کڑی۔ عمودی فاصلہ ۲ زنجیر۔

ذیل کے اشکالِ منحرف کے متوازی اضلاع کے درمیانی فاصلے دریافت کرو:۔

۹ — رقبہ ۳۴۳ مربع گز۔ متوازی اضلاع ۳۰ فٹ اور ۱۸ فٹ۔

۱۰ — رقبہ ۶۲ ایکڑ ۳ روڈ، متوازی اضلاع ۳۰ زنجیر اور ۲۰ زنجیر۔

۱۱ — ایک میدان شکلِ منحرف کی وضع کا ہے۔ اُس کے متوازی اضلاع کے طول ۹ زنجیر ۵۰ کڑی اور ۸ زنجیر ۵۰ کڑی ہیں اور اِن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۱ زنجیر ۲۵ کڑی ہے۔ ۲۳ روپے فی ایکڑ کے حساب سے اس کا کرایہ دریافت کرو۔

۱۲ — ۷ آنے فی مربع فٹ کے حساب سے شکلِ منحرف کی وضع کے ایک میدان پر پتھر لگوانے کی اُجرت معلوم کرو۔ اگر اُس کے متوازی اضلاع کے ناپ بالترتیب ۲۰ گز ۲ فٹ اور ۱۷ گز ۱ فٹ اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۰ گز ہو۔

۱۳ — ۳۰۰ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایسے چار ضلعی قطعۂ زمین کی قیمت دریافت کرو جس کے ایک وتر کا طول ۷ زنجیر ۳۶ کڑی اور اِس وتر سے مقابل کے زاویئی نقاط پر کے بیرونی عمودوں کے طول ۴ زنجیر ۲۳ کڑی اور ۶ زنجیر ۱۹ کڑی ہیں۔

۱۴ — ۴۰ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایک ایسے چار ضلعی میدان کا کرایہ دریافت کرو جس کا وتر ۱۶ زنجیر ۳۵ کڑی اور جس کے بیرونی عمود ۵ زنجیر ۲ کڑی اور ۷ زنجیر ہیں۔

۱۵ — ایک چار ضلعی میدان کا کرایہ ۶۹ء۳ روپے ہے۔ اس میدان کے ایک وتر کا ناپ ۶ زنجیر ۶۰ کڑی اور مقابل زاویوں پر اس کے بیرونی عمود کے طول بالترتیب ۵ زنجیر ۱۰ کڑی اور ۳ زنجیر ۳۰ کڑی ہیں۔ کرایہ فی ایکڑ دریافت کرو۔

۱۶ — ایک کمرہ شکلِ منحرف کی وضع کا ہے اور اس کے متوازی رُخوں کے ناپ بالترتیب ۲۵ فٹ ۷ انچ اور ۲۴ فٹ ۵ انچ ہیں۔ اِن رُخوں کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۸ فٹ ہے۔ ۳/۴ گز عرض والی چٹائی سے اس کمرے کا فرش کرنے کے لیے کتنے طول کی چٹائی کی ضرورت ہوگی؟۔

۱۷ــــ ایک ایسے ذوا ربعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر بالترتیب ۵ گز ۱ فٹ ۹ انچ اور ۶ گز ۲ فٹ ۶ انچ ہیں اور یہ وتر ایک دوسرے پر علی القوائم بھی ہیں۔

۱۸ــــ ایک شکلِ منحرف کے متوازی اضلاع کا فرق ۸ فٹ، اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۲۴ فٹ اور شکلِ منحرف کا رقبہ ۳۱۲ مربع فٹ ہے۔ دونوں متوازی اضلاع کے طول دریافت کرو۔

۱۹ــــ دائرہ کے اندر بنی ہوئی ایک ایسی ذوا ربعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۶، ۷۷، ۷۵ اور ۴۰ کڑی ہیں۔

امثلہ نمبری ۷ (ب)

ذیل کی چارضلعی شکلوں کے رقبے دریافت کرو:۔

۲۰ــــ وتر ۱۰ راسی، بیرونی عمود ۵ راسی اور ۱۲ راسی۔

۲۱ــــ وتر ۳ راسی ۸ لاٹھ، بیرونی عمود ۲ راسی اور ۵ راسی ۶ لاٹھ۔

ذیل کے اشکال منحرف کے رقبے دریافت کرو:۔

۲۲ــــ متوازی اضلاع ۲۳ راسی اور ۳۷ راسی، عمودی فاصلہ ۳۶ راسی۔

۲۳ــــ متوازی اضلاع ۶ راسی ۴ لاٹھ، ۴ راسی ۱۲ لاٹھ اور عمودی فاصلہ ۳ راسی ۴ لاٹھ۔

ذیل کے ابعاد کے منحرف کے متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ دریافت کرو:۔

۲۴ــــ رقبہ ۳ بگیہ ۱۰ بسواس۔ متوازی اضلاع ۱ راسی ۵ لاٹھ اور ۱ راسی ۵ لاٹھ۔

۲۵ــــ رقبہ ۵ بگیہ ۱۵ بسواس، متوازی اضلاع ۲ راسی ۱۰ لاٹھ اور ۱ راسی ۱۵ لاٹھ۔

سوالات امتحانات

۱ــــ دائرے کے اندر بنی ہوئی ایک ذوا ربعۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب

۲۵، ۳۹، ۶۰ اور ۵۲ فٹ ہیں: ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔
(جامعۂ الٰہ آباد: میٹریکولیشن)

۲ ــــ ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے مقابل کے ضلعے متوازی ہیں اور اُن کا درمیانی فاصلہ ۷ زنجیر ۵۰ کڑی ہے: اگر رقبہ ۶٫۷۵ ایکڑ اور متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول ۱۰ زنجیر ۳۰ کڑی ہو تو دوسرے متوازی ضلع کا طول دریافت کرو۔
(جامعۂ الٰہ آباد: میٹریکیولیشن)

۳ ــــ شکلِ منحرف کا رقبہ دریافت کرنے کے قاعدے کو ثابت کرو۔
(جامعۂ پنجاب۔ میٹریکیولیشن)

۴ ــــ ا ب ج د ایک ذوار بعۃ الاضلاع ہے۔ زاویوں ا ب ج اور د ا ج میں سے ہر ایک ایک قائمہ ہے۔ اور ذیل کے طول فٹ میں ہیں۔ ا ب = ۱۱۲، ج د = ۱۷۵، د ا = ۱۰۵۔ رقبہ دریافت کرو۔ (جامعۂ پنجاب: مڈل اسکول)

۵ ــــ ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۵، ۱۲، ۱۴ اور ۱۵ فٹ ہیں اور پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ ایک قائمہ ہے: رقبہ دریافت کرو۔
(جامعۂ پنجاب: مڈل اسکول)

۶ ــــ ذوار بعۃ الاضلاع ا ب ج د میں ا ج = ۱۳ فٹ، ب د = ۱۲ فٹ اور ا ج، ب د کو زاویۂ قائمہ پر قطع کرتا ہے: رقبہ دریافت کرو۔
(جامعۂ پنجاب مڈل اسکول)

۷ ــــ ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۵۷، ۷۵، ۱۰۰ فٹ ہیں اور یہ ایک دائرے کے اندر بنایا جا سکتا ہے: اُس کا رقبہ دریافت کرو۔
(یوریپین اسکولز: فائینل۔ صوبجات متحدہ)

۸ ــــ ایک شکلِ منحرف میں متوازی اضلاع بالترتیب ۱۴ اور ۲۰ گز اور اِن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۲ گز ہے: شکلِ منحرف کا رقبہ دریافت کرو۔
(یوریپین اسکولز: فائینل۔ صوبجات متحدہ)

۹ ــــ ایک ایسی شکلِ منحرف کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی اضلاع ۱۰۰ فٹ اور ۱۵۰ فٹ اور ان کا درمیانی فاصلہ ۱۰۰ فٹ ہے۔ (مدراس ٹکنیکل: ابتدائی)

۱۰ ـــــ ایک میدان شکلِ منحرف کی وضع کا ہے۔ اس کے متوازی اضلاع ۶ زنجیر ۵۷ کڑی اور ۹ زنجیر ۲۵ کڑی ہیں۔ اگر اس کا رقبہ ۲ ایکڑ ۳ روڈ ۸ پرچ ہو تو میدان کو عبور کرنے کا قریب ترین راستہ گزوں میں معلوم کرو۔

(رڑکی انجینیر: داخلہ)

۱۱ ـــــ ایک میدان ایسے ذوار بعۃ الاضلاع ا ب ج د کی وضع کا ہے جس کے اضلاع بالترتیب ۱۹۲، ۵۷۶، ۲۸۸ اور ۴۸۰ فٹ اور وتر ا ج ۶۷۲ فٹ ہے: ایکڑ، روڈ، پول وغیرہ میں دریافت کرو۔ (رڑکی انجینیر: داخلہ)

۱۲ ـــــ کسی ذوار بعۃ الاضلاع کا ایک وتر جو شکل کے باہر واقع ہوتا ہے ۳۰ گز ہے اور ذوار بعۃ الاضلاع کے بقیہ زاویوں سے اس پر کے عمودوں کا فرق ۴ گز ہے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔ (رڑکی انجینیر: داخلہ)

۱۳ ـــــ ایک ایسے ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو جس کا وتر ۱۹٫۳ زنجیر اور مقابل زاویوں سے اس پر کے عمودوں کے طول بالترتیب ۱۳٫۵ زنجیر اور ۱۸٫۷۵ زنجیر ہیں۔ ۱ زنجیر = ۶۶ فٹ

(رڑکی اپر سب آرڈنیٹ: داخلہ)

۱۴ ـــــ میدان ا ب ج د کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔ ا د = ۲۲۰ گز، ب ج = ۲۶۵ گز، ا ج = ۳۷۸ گز اور د اور ب پر کے عمود وتر سے نقاط ط اور ف پر ملتے ہیں اس طرح کہ ا ط = ۱۰۰ اور ج ف = ۸۰ گز

(رڑکی اپر سب آرڈنیٹ: داخلہ)

۱۵ ـــــ ا ج ایک دائرے کا قطر اور اُس کی اندرونی ذوار بعۃ الاضلاع ا ب ج د کا وتر ہے۔ ا ب = ۳۰، ب ج = ۴۰، ج د = ۱۰ دیے ہوئے ہیں۔ ا د کا طول اور ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

(رڑکی اپر سب آرڈنیٹ: داخلہ)

۱۶ ـــــ اُس شکلِ منحرف میں کتنے مربع گز ہونگے جس کے متوازی اضلاع ۱۵۷٫۶ میتر اور ۹۴ میتر اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۷۰ میتر ہے۔ ۱ میتر = ۳۹٫۳۷ انچ

(رڑکی اپر سب آرڈنیٹ: داخلہ)

۱۷۔۔۔ ایک شکلِ منحرف کا رقبہ ۵،۴ مربع فٹ اور متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۹ فٹ ہے: دونو متوازی اضلاع معلوم کرو اگر اُن کا فرق ۴ فٹ ہو۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۸۔۔۔ ایک شکلِ منحرف کا رقبہ دریافت کرو اگر اُس کے اضلاع بالترتیب ۱۳، ۱۱، ۱۵، اور ۲۵ ہوں اور دوسرا ضلع چوتھے ضلع کے متوازی ہو۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۹۔۔۔ ذوار بعۃ الاضلاع کی وضع کے اُس صحن کا رقبہ کتنے مربع گز ہوگا جس کا وتر ۴۵ فٹ اور مقابل کے کونوں سے اُس پر کے عمود بالترتیب ۲۵ اور $\frac{3}{4}$ ۱۷ فٹ ہیں۔

(رُڑکی انجینیر: ماہانہ)

۲۰۔۔۔ ۱۲ × ۱۲ کے مستطیل میں سے ایک ایسی شکلِ منحرف کاٹی گئی جس کے متوازی اضلاع کے طولوں کی نسبت ۳ : ۴ اور جس کا رقبہ مستطیل کے رقبہ کا ایک تہائی ہے: متوازی اضلاع کے طول دریافت کرو۔ (رُڑکی انجینیر: ماہانہ)

۲۱۔۔۔ ایک شکلِ منحرف کے متوازی اضلاع ۵۵ اور ۷۷ فٹ اور دوسرے اضلاع ۲۵ اور ۳۱ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔ (رُڑکی انجینیر: فائینل)

۲۲۔۔۔ ایک میدان کی چار سرحدی جھاڑیوں میں سے دو جھاڑیاں ایک دوسرے کے متوازی ہیں اور اُن کے طول بالترتیب ۱۰۰ گز اور ۹۳۶ گز ہیں۔ اِن متوازی جھاڑیوں کے درمیان بیچوں بیچ کھڑا ہوکر ۲۵ گز لمبی رسی کے ذریعہ ایک گھوڑے کو دائرے میں پھراتے وقت ایک شخص معلوم کرتا ہے کہ اپنے مقام سے دونوں متوازی جھاڑیوں تک کے چھوٹے سے چھوٹے خطِ مستقیم پر سے گزرتے وقت گھوڑا اُس کی تنصیف کرتا ہے۔ میدان کا رقبہ ایکڑ میں مطلوب ہے۔

۲۳۔۔۔ ا ب ج د ایک ذوار بعۃ الاضلاع ہے۔ رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو جبکہ ا ب = ۳۰۰ گز، ب ج = ۳۵۰ گز، ج د = ۷۰۰ گز، د ا = ۶۵۰ گز، اج = ۴۰۰ گز۔ (رُڑکی انجینیر: فائینل)

رُڑکی اپر سبارڈینیٹ: ماھانہ

۲۴۔۔۔ ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۸، ۷، ۷، ۵ فٹ ہیں

اور پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ ۹۰° ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۵ ـــ ایک شکلِ منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۱۴ اور ۳۰ فٹ اور دوسرے دو ضلعے ۱۲ اور ۱۹ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔

۲۶ ـــ ذوارجعۃ الاضلاع کا ایک وتر جو شکل کے باہر واقع ہوتا ہے ۷۰ فٹ اور اس پر کے عمودوں کا فرق ۱۶ فٹ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۷ ـــ ایک ریلوے پلیٹ فارم کے دو مقابل کے رُخ متوازی ہیں اور باقی دو رُخ مساوی ہیں متوازی رُخ بالترتیب ۱۰۰ اور ۱۲۰ فٹ ہیں اور مساوی رُخوں میں سے ہر ایک ۱۵ فٹ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۸ ـــ ایک شکلِ منحرف ا ب ج د میں ا ب = ۳۴۵، ب ج = ۱۵۶، ج د = ۳۲۳، د ا = ۱۹۲، وتر ا ج = ۳۸۴: رقبہ دریافت کرو۔

۲۹ ـــ ایک ایسی خندق کی گہرائی مطلوب ہے جس کی عرضی تراش شکلِ منحرف ہے اور اس کا رقبہ = ۱۴۶،۲۵، بالائی حصہ پر عرض = ۲۰ اور بازوؤں کے اُتار ۳ میں ۱ اور ۲ میں ۱ ہیں۔

۳۰ ـــ ایک شکلِ منحرف کا رقبہ $\frac{1}{2}$۳ ایکڑ اور دو متوازی اضلاع کا مجموعہ ۲۹۷ گز ہے: ان کے درمیان عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۳۱ ـــ دائرہ کے اندر بنی ہوئی ایک ذوارجعۃ الاضلاع کے چار ضلعے ۸۰، ۶۰، ۵۰، اور ۸۶ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔

۳۲ ـــ کسی شکلِ منحرف کے متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول دوسرے کے طول سے ۱ فٹ زیادہ ہے اس کا عرض ۱ فٹ اور رقبہ ۲۱۶ مربع انچ ہے: متوازی اضلاع میں سے ہر ایک کا طول دریافت کرو۔

۳۳ ـــ ایک ذوارجعۃ الاضلاع کا وتر ۶۰ گز اور اس پر کے عمودوں کے طول ۱۲،۶ انچ اور ۳،۱۱ انچ ہیں۔ بتاؤ کہ ذوارجعۃ الاضلاع میں کتنے مربع گز ہوں گے؟

رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: فائینل

۳۴ ـــ ایک ایسی شکلِ منحرف کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی اضلاع ۷۲ اور $\frac{2}{3}$۳۸ فٹ اور بقیہ ضلعے ۲۰ اور $\frac{1}{2}$۲۶ فٹ ہیں۔

۳۵ ـــــ ایک خندق کا عرض بالائی حصہ پر ۳۰ فٹ اور تہ پر ۸ فٹ ہے۔ اس کو کھودنے سے جو مٹی نکلی تھی اُس کا ایک ایسا ڈھیر بنایا گیا جس کا عرض بالائی حصہ پر ۲۸ فٹ اور تہ پر ۴۸ فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ ہے۔ خندق کی گہرائی معلوم کرو۔

۳۶ ـــــ ایک منحرف نما میدان کا رقبہ ۴½ ایکڑ، متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ ۲۰۰ گز اور متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول ۱۰ زنجیر ہے: دوسرا متوازی ضلع دریافت کرو۔ (سینئر کیمبرج)

۳۷ ـــــ ا ب ج د ایک ذوار بعۃ الاضلاع ہے جس کے ب اور د پر کے زاویے قائمے ہیں۔ نیز ا ب = ۳۶ زنجیر، ب ج = ۷۷ زنجیر، ج د = ۶۸ زنجیر۔ رقبہ دریافت کرو۔ (یورپین اسکولز: فائنل۔ یو۔ پی)

۳۸ ـــــ شکل منحرف کے رقبہ کے لیے ایک جملہ دریافت کرو اگر اس کے متوازی اضلاع کے طول ا اور ب اور دوسرے ضلعے ج اور د ہوں۔

(رڑکی انجینیر داخلہ)

۳۹ ـــــ ذوار بعۃ الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ دریافت کرو اگر ا ب = ۳۰"، ب ج = ۱۷ انچ، ج د = ۲۵ انچ، د ا = ۲۸ انچ، ب د = ۲۶ انچ۔

(جامعہ الہ آباد: میٹریکیولیشن)

۴۰ ـــــ کسی ذوار بعۃ الاضلاع کا ایک وتر جو شکل کے باہر واقع ہوتا ہے ۳۰ گز ہے اور ذوار بعۃ الاضلاع کے بقیہ زاویوں سے اس پر کے عمودوں کا فرق ۴۰ گز ہے: رقبہ دریافت کرو۔ (رڑکی اپر سب آرڈنیٹ: داخلہ)

۴۱ ـــــ ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے ضلعے ۲۰۴، ۳۶۹، ۳۲۵، ۱۱۶ گز ہیں اور دوسرا اور چوتھا ضلع باہم متوازی ہیں: ثابت کرو کہ پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ ایک قائمہ ہے۔ نیز ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائنل۔ یو۔ پی)

منتظم کثیر الاضلاع

۴۳ــــ کثیر الاضلاع ایک ایسی شکلِ مستوی ہے جو چار یا زیادہ مستقیم خطوط سے گھری ہوئی ہو۔

کثیر الاضلاع، منتظم کہلاتی ہے اگر اُس کے تمام ضلعے اور زاویے مساوی ہوں۔

چار ضلعوں کی کثیر الاضلاع کو ذو اربعۃ الاضلاع یا چار ضلعی کہتے ہیں۔

پانچ " " " مخمس یا پانچ ضلعی کہتے ہیں۔

چھ " " " مسدس یا چھ ضلعی کہتے ہیں۔

سات " " " مسبّع یا سات ضلعی کہتے ہیں۔

آٹھ " " " مثمن یا آٹھ ضلعی کہتے ہیں۔

نو " " " نو ضلعی کہتے ہیں۔ (متسع)

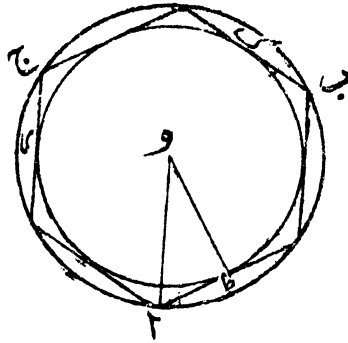
دس " " " معشر یا دس ضلعی کہتے ہیں۔

گیارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کو گیارہ ضلعی کہتے ہیں۔

بارہ " " " بارہ ضلعی کہتے ہیں۔

پندرہ " " " پندرہ ضلعی کہتے ہیں۔

یہ ظاہر ہے کہ منتظم کثیر الاضلاع کا درمیانی نقطہ اُس کے اندرونی اور بیرونی دونوں دائروں کا مرکز ہوتا ہے۔

یہ بھی ظاہر ہے کہ منتظم کثیر الاضلاع کے درمیانی نقطہ سے اُس کے کسی ضلع پر

عمود نکالا جائے تو وہ اُس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر ہوگا۔ نیز کثیر الاضلاع کے درمیانی نقطہ کو اُس کے کسی زاویئی نقطہ سے ملانے والا خط مستقیم اُس کے بیرونی دائرہ (حائط دائرہ) کا نصف قطر ہوگا۔

مثلاً و دائروں ا ب ج اور ط ک س دونوں کا مرکز ہے۔ یہ دائرے بالترتیب کثیر الاضلاع کے بیرونی اور اندرونی دائرے ہیں۔

نیز و ط دائرہ ط ک س کا نصف قطر اور و ا دائرہ ا ب ج کا نصف قطر ہے۔

مسئلہ ۱۰

۴۴ — ان اضلاع کی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے

ایک ضلع کا طول اور اُس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ع ف ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔

اُس کے درمیانی نقطۂ و سے و گ، ا ب پر عمود نکالو۔

تب و گ اندرونی دائرے کا نصف قطر ہوگا .... دفعہ ۴۳

فرض کرو کہ و گ کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر ہے اور ا ب کا طول اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے ا ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ کثیر الاضلاع کا رقبہ ن، ا اور ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

و ا، و ب، و ج، و د، و ع، و ف کو ملاؤ۔

اِس طرح کثیر الاضلاع اتنے ہی مساوی الرقبہ مثلثوں میں منقسم ہو جائیگی جتنی کہ شکل کے ضلعوں کی تعداد ہے۔

کثیر الاضلاع کا رقبہ = △ ا و ب کا رقبہ × کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد

= ½ × و گ × ا ب × ″ ″ ″ ...... دفعہ ۲۰

= $\frac{\text{ن}}{2}$ × ا ر مربع اکائیاں

پس قاعدہ — منتظم کثیر الاضلاع کے ایک ضلع میں کی طولی اکائیوں کی تعداد اور اُس کے اندرونی دائرے کے نصف قطر میں کی اُسی طولی اکائیوں کی تعداد کے حاصل ضرب کو اضلاع کی تعداد کے نصف سے ضرب دیا جائے تو متناظر مربع اکائیوں میں کثیر الاضلاع کا رقبہ حاصل ہوتا ہے۔

یا مختصراً —

منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{\text{اضلاع کی تعداد}}{۲}$ × ضلع × اندرونی دائرہ کا نصف قطر

$$ق = \frac{ن}{۲} \times ا\ ر \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (۱)$$

اس لیے

منتظم کثیر الاضلاع کا ضلع = $\frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{اضلاع کی تعداد} \times \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر}}$

$$ا = \frac{۲ق}{ن\ ر} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (۲)$$

اور کثیر الاضلاع کا احاطہ = ن ا = $\frac{۲ق}{ر}$

$$ط = \frac{۲ق}{ر} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (۳)$$

خاص صورتیں

۴۵ — (۱) مسدّس یا چھ ضلعی

اس صورت میں ا و ب مساوی الاضلاع مثلث ہوگا۔

$\therefore$ و گ = $\frac{ا ب \times \sqrt{۳}}{۲}$ ...... دفعہ ۱۷

یعنی ر = $\frac{ا\sqrt{۳}}{۲}$

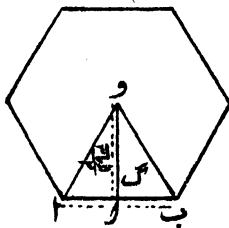
اب کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ } = $\frac{ن}{۲}$ × ا ر مربع اکائیاں ..... دفعہ ۴۴

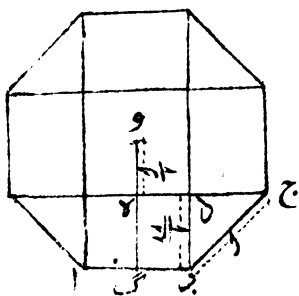
$\therefore$ منتظم مسدّس کا رقبہ = $\frac{۶}{۲} \times ا \times \frac{ا\sqrt{۳}}{۲}$ مربع اکائیاں

= $\frac{۳ا^۲\sqrt{۳}}{۲}$ مربع اکائیاں

(۲) مثمن یا آٹھ ضلعی

اس صورت میں

وگ = وہ + ہگ

$= \frac{\text{ا}}{۲} + \text{ل ب}$

لیکن ل ب ایک ایسے مربع کا ضلع ہے جس کا وتر ب ج = ا

∴ $\text{ل ب} = \frac{\text{ا}}{\sqrt{۲}}$ ...... دفعہ ۱۷

∴ $\text{وگ} = \frac{\text{ا}}{۲} + \frac{\text{ا}}{\sqrt{۲}}$

$= \text{ا}\left(\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{\sqrt{۲}}\right)$

$= \text{ا}\left(\frac{\sqrt{۲}+۱}{۲}\right)$

اب کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{\text{ن}}{۲} \times \text{ا ر}$ مربع اکائیاں ..... دفعہ ۴۴

∴ منتظم مثمن کا رقبہ = $\frac{۸}{۲} \times \text{ا} \times \text{ا}\left(\frac{\sqrt{۲}+۱}{۲}\right)$ مربع اکائیاں

$= ۲\,\text{ا}^۲\,(۱+\sqrt{۲})$ مربع اکائیاں

۴۶— توضیحی مثالیں

مثال ۱: ایک ایسے منتظم مسدس کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۹ انچ ہے۔

منتظم مسدس کا رقبہ = $\frac{۳\,\text{ا}^۲\sqrt{۳}}{۲}$ مربع انچ .... دفعہ ۴۵

جہاں ا = ۹

∴ منتظم مسدس کا رقبہ = $\frac{\sqrt{۳} \times ۸۱ \times ۳}{۲}$ مربع انچ

$= \frac{۱٫۷۳۲۰۵ \times ۲۴۳}{۲}$ " "

= ۲۱۰٫۴۴..... مربع انچ

مثال ۲: ایک ایسی منتظم آٹھ ضلعی کا

رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۲ گز ۲ فٹ ہے۔

منتظم آٹھ ضلعی کا رقبہ } $= ۲ ا^{۲} (۱ + \sqrt{۲})$ مربع اکائیاں .... دفعہ ۴۵

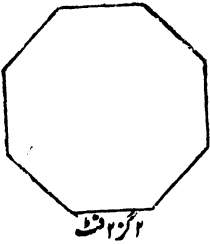
یہاں $ا = (۲ \times ۳ + ۲)$ فٹ

$= ۸$ فٹ

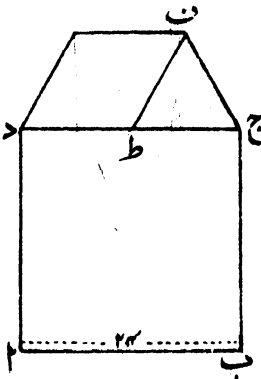
∴ آٹھ ضلعی کا رقبہ $= ۲ \times ۸^{۲} (۱ + \sqrt{۲})$ مربع فٹ

$= ۱۲۸ (۱ + \sqrt{۲})$ مربع فٹ

$= ۱۲۸ \times ۲٫۴۱۴۲۱$ مربع فٹ

$=$ ۳۰۹٫۰۱۰...... مربع فٹ

$=$ ۳۴ مربع گز ـ ۳٫۰۱ مربع فٹ

مثال ۳: مربع وضع کا ایک کرہ ہے اور ایک رُخ پر نصف مسدس یعنی سہ پہلو پیش نما کر اس کی توسیع کرنا مطلوب ہے۔ توسیع شدہ فرش کا رقبہ کیا ہونا چاہیے اگر مربع کا ضلع ۲۴ فٹ ہو؟

شکل میں (جو فرش کے نقشہ کو تعبیر کرتی ہے) مربع ا ب ج د کے ضلع د ج کے وسطی نقطہ ط کو ف سے ملاؤ۔

تب یہ ظاہر ہے کہ ف ط ج ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے۔

∴ ف ج = ط ج = $\frac{۱}{۲}$ د ج = ۱۲ فٹ

اس لیے توسیع شدہ فرش کا رقبہ ۱۲ فٹ ضلع کی منتظم مسدس کے رقبہ کا نصف ہوگا۔

$= \frac{۱}{۲} \times \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} ا^{۲}$ مربع اکائیاں ...... دفعہ ۴۴

یہاں $ا = ۱۲$ فٹ

اس لیے

توسیع شدہ فرش کا رقبہ $= \frac{\sqrt{۳} \times ۱۴۴ \times ۳}{۴}$ مربع فٹ

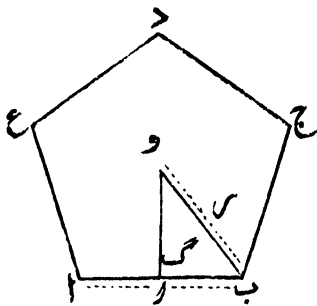
$=$ ۱۸۷٫۰۶۱..... مربع فٹ۔

مسئلہ ۱۱

۴۷ــــ ن اضلاع کی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کے ایک ضلع کا طول اور بیرونی دائرے کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ع ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔

اس کے درمیانی نقطہ و کو ب سے ملاؤ۔

تب و ب اس کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔

فرض کرو کہ و ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر ہے اور ا ب کا طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے ل ہے۔

کثیر الاضلاع کا رقبہ ن، ل اور ر کی رقوم میں معلوم کرنا مطلوب ہے۔

ا ب پر عمود و گ نکالو۔

ا ب ∵ و گ اندرونی دائرے کا نصف قطر ہے .... دفعہ ۴۳

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{ن}{۲} \times ل \times$ و گ .... دفعہ ۴۴

لیکن و گ = $\sqrt{وب^۲ - گب^۲}$ .... دفعہ ۱۶

$= \sqrt{ر^۲ - \left(\frac{ل}{۲}\right)^۲}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{ن ل}{۲}\sqrt{ر^۲ - \left(\frac{ل}{۲}\right)^۲}$ مربع اکائیاں

اور ∵ ن ل = کثیر الاضلاع کا احاطہ

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{احاطہ}{۲}\sqrt{ر^۲ - \left(\frac{ل}{۲}\right)^۲}$

یا $\frac{\text{ن ل}}{۲}\sqrt{\text{ر}^۲ - \left(\frac{\text{ل}}{۲}\right)^۲}$ مربع اکائیاں

پس قاعدہ ——

بیرونی دائرہ کے نصف قطر میں کسی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع میں سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے نصف کے مربع کو تفریق کرو۔ تب بقیہ کے جذر المربع کو احاطہ میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے نصف سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب رقبہ میں متناظر مربع اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً

منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$ × احاطہ $\sqrt{(\text{بیرونی دائرہ کا نصف قطر})^۲ - \left(\frac{\text{ضلع}}{۲}\right)^۲}$

$$\text{ق} = \frac{\text{ن ل}}{۲}\sqrt{\text{ر}^۲ - \left(\frac{\text{ل}}{۲}\right)^۲}$$

خاص صورتیں

۴۸ —— (۱) مسدس ——

یہاں و ب = ر = ا ب = ل

اور کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ } = $\frac{\text{ن ل}}{۲}\sqrt{\text{ر}^۲ - \left(\frac{\text{ل}}{۲}\right)^۲}$ مربع اکائیاں دفعہ ۴۷

∴ منتظم مسدس کا رقبہ } = $\frac{۶\text{ل}}{۲}\sqrt{\text{ل}^۲ - \frac{\text{ل}^۲}{۴}}$ مربع اکائیاں

= $\frac{3\text{ا}^2\sqrt{3}}{2}$ مربع اکائیاں

اِس سے قبل دفعہ ۵۴ میں بھی یہی نتیجہ حاصل کیا جا چکا ہے۔

(۲) بارہ ضلعی۔

فرض کرو کہ ا ب بارہ ضلعوں کی منتظم کثیر الاضلاع کا ایک ضلع ہے اور ب د منتظم مسدس کا ایک ضلع ہے جو دائرہ ا ب ج د میں بنایا گیا ہے۔

دائرے کے مرکز و سے ب د پر عمود ج و ل نکالو۔

تب ج و ل بڑھانے پر ا میں سے گزریگا۔

و ب اور ج ب کو ملاؤ۔

تب و ب بیرونی دائرے کا نصف قطر ہوگا........ دفعہ ۴۳

یعنی و ب = ر = ۲ × ل ب

اب چونکہ مثلثات ا ب ج اور ا ب ل متشابہ ہیں

∴ ج ا : ا ب = ا ب : ا ل .... (اقلیدس مقالہ چہارم۔ شکل ۴)

یعنی ۲ ر : ا = ا : ا ل

لیکن ا ل^2 = ا ب^2 ۔ ب ل^2 .... (اقلیدس مقالہ اول۔ شکل ۴۷)

= ا^2 ۔ $\left(\frac{\text{ر}}{2}\right)^2$

∴ ۲ ر : ا = ا : $\sqrt{\text{ا}^2 - \left(\frac{\text{ر}}{2}\right)^2}$

∴ ۲ ر $\sqrt{\text{ا}^2 - \left(\frac{\text{ر}}{2}\right)^2}$ = ا^2

∴ ر^2 = ا^2 $(2 + \sqrt{3})$

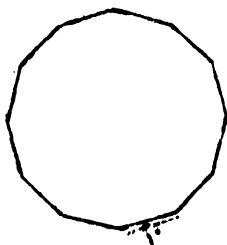
اب کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ } = $\frac{\text{ن ا}}{2}\sqrt{\text{ر}^2 - \left(\frac{\text{ا}}{2}\right)^2}$ مربع اکائیاں........ دفعہ ۴۷

∴ بارہ ضلعوں کی کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ $= \frac{۱۲}{۲} ل \sqrt{ل^۲ (۲ + \sqrt{۳}) - \frac{ل^۲}{۴}}$ مربع اکائیاں

$= ۶ ل^۲ \sqrt{\frac{۷}{۴} + \sqrt{۳}}$ مربع اکائیاں

توضیحی مثالیں

مثال ۱: بارہ ضلعوں کی ایک ایسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۱۰ انچ ہے۔

بارہ ضلعوں کی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ $= ۶ ل^۲ \sqrt{\frac{۷}{۴} + \sqrt{۳}}$ مربع اکائیاں .... دفعہ ۴۸

یہاں ل = ۱۰ انچ

∴ رقبہ $= ۶۰۰ \sqrt{\frac{۷}{۴} + \sqrt{۳}}$ مربع انچ

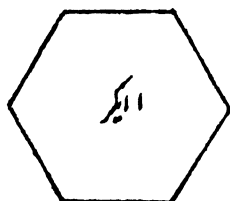
$= ۶۰۰ \sqrt{۱٫۷۳۲۰۵۰۸ + ۱٫۷۵}$ ،،

$= ۶۰۰ \sqrt{۳٫۴۸۲۰۵۰۸}$ مربع انچ

$= ۶۰۰ \times ۱٫۸۶۶۰$ مربع انچ تقریباً

$= ۱۱۱۹$ مربع انچ تقریباً

مثال ۲: ایک ایسے منتظم مسدس نما احاطہ کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ایک ایکڑ ہے۔

منتظم مسدس کا رقبہ $= \frac{۳ ل^۲ \sqrt{۳}}{۲}$ مربع اکائیاں .... دفعہ ۴۵

∴ $\frac{۳ ل^۲ \sqrt{۳}}{۲}$ مربع گز = ۱ ایکڑ = ۴۸۴۰ مربع گز

∴ $ل^۲ = \frac{۴۸۴۰ \times ۲}{۳ \sqrt{۳}}$

∴ $ل = \sqrt{\frac{۴۸۴۰ \times ۲}{۳ \sqrt{۳}}}$

∴ منتظم مسدس کا ضلع $= \sqrt{\frac{۲ \times ۴۸۴۰ \times \sqrt{۳}}{۳\sqrt{۳} \times \sqrt{۳}}}$ گز

$= \sqrt{\frac{۹۶۸۰ \times \sqrt{۳}}{۹}}$ گز

$= \sqrt{\frac{۹۶۸۰ \times ۱٫۷۳۲۰۵}{۹}}$ گز تقریباً

$= \sqrt{\frac{۱۶۷۶۶}{۹}}$ گز تقریباً

$= \frac{۱۲۹}{۳}$ گز تقریباً

$= ۴۳$ گز تقریباً

مثال نمبر ۳: منتظم آٹھ ضلعی اور بارہ ضلعی شکلوں کے رقبوں کا مقابلہ کرو اگر دونو کے احاطے مساوی ہوں۔

فرض کرو کہ ہر ایک کا احاطہ لا انچ ہے۔

تب آٹھ ضلعی کا ہر ایک ضلع $\frac{لا}{۸}$ انچ اور بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا ہر ضلع $\frac{لا}{۱۲}$ انچ ہوگا۔

لیکن مثمن کا رقبہ $= ۲ ا^۲ (۱ + \sqrt{۲})$ مربع انچ .... دفعہ ۴۵

جہاں $ا = \frac{لا}{۸}$ انچ

اور بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا رقبہ $= ۶ ا^۲ \sqrt{\frac{۷}{۴} + \sqrt{۳}}$ مربع انچ .... دفعہ ۴۸

جہاں $ا = \frac{لا}{۱۲}$ انچ

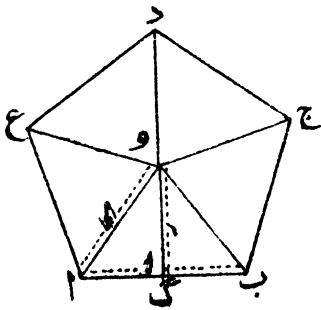
∴ مثمن کا رقبہ : بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا رقبہ

$= \frac{۲ لا^۲ (۱ + \sqrt{۲})}{۶۴} : \frac{۶ لا^۲ \sqrt{\frac{۷}{۴} + \sqrt{۳}}}{۱۴۴}$

$= \frac{۱ + \sqrt{۲}}{۳۲} : \frac{\sqrt{\frac{۷}{۴} + \sqrt{۳}}}{۲۴}$

$= ۳ (۱ + \sqrt{۲}) : ۴ \sqrt{\frac{۷}{۴} + \sqrt{۳}}$

مسئلہ ۱۲

۵۰ ـــــ منتظم ن ضلعی کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ (۱) ایک ضلع کا طول یا (۲) اندرونی دائرہ کا نصف قطر یا (۳) بیرونی دائرہ کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ع ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔ اس کے وسطی نقطہ و کو زاویئی نقاط ا، ب، ج، د، ع سے ملاؤ اور ا ب پر عمود و گ نکالو۔ تب و ا کثیر الاضلاع کے بیرونی دائرے کا نصف قطر اور و گ اس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر ہوگا۔

فرض کرو کہ ا ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ل ہے اور و گ اور و ا کے طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ر اور ر۱ ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ کثیر الاضلاع کا رقبہ

(۱) ن اور ل

(۲) ن اور ر

(۳) ن اور ر۱

کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{ن}{۲}$ ل × و گ .... دفعہ ۴۴

اور و گ = ا گ مم $\widehat{ا و گ}$

= $\frac{ل}{۲}$ مم $\frac{۱۸۰}{ن}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{\text{ن}}{۲} \times \text{ا} \times \frac{\text{ا}}{۲}$ مم $\frac{۱۸۰^\circ}{\text{ن}}$ مربع اکائیاں

= $\text{ا}^۲ \times \frac{\text{ن}}{۴}$ مم $\frac{۱۸۰^\circ}{\text{ن}}$ مربع اکائیاں .... (ا)

پھر ∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{\text{ن}}{۲}$. ا ب × ر .... دفعہ ۴۴

اور ا ب = ۲ × و گ مس $\widehat{\text{اوگ}}$

= ۲ ر مس $\frac{۱۸۰^\circ}{\text{ن}}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{\text{ن}}{۲}$ × ۲ ر مس $\frac{۱۸۰^\circ}{\text{ن}}$ ر مربع اکائیاں

= $\text{ر}^۲$ × ن مس $\frac{۱۸۰^\circ}{\text{ن}}$ مربع اکائیاں .... (ب)

نیز ∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = ∆ اوب × ن

اور ∆ اوب = $\frac{۱}{۲}$. و ا . و ب جب $\widehat{\text{اوب}}$

= $\frac{۱}{۲} \text{ہ}^۲$ جب $\frac{۳۶۰^\circ}{\text{ن}}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{۱}{۲} \text{ہ}^۲$ جب $\frac{۳۶۰^\circ}{\text{ن}}$ × ن مربع اکائیاں

= $\text{ہ}^۲ \times \frac{\text{ن}}{۲}$ جب $\frac{۳۶۰^\circ}{\text{ن}}$ مربع اکائیاں .... (ج)

پس قاعدہ —

منتظم ن۔ضلعی کے رقبہ میں مربع اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے اگر —

(ا) اُس کے ایک ضلع میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کو $\frac{\text{ن}}{۴}$ مم $\frac{۱۸۰^\circ}{\text{ن}}$ سے ضرب دیا جائے۔

(ب) اُس کے اندرونی دائرہ کے نصف قطر میں کی متناظر طولی

اکائیوں کی تعداد کے مربع کو ن مس $\frac{180^\circ}{ن}$ سے ضرب دیا جائے۔

(ج) اس کے بیرونی دائرہ کے نصف قطر میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کو $\frac{ن}{۲}$ جب $\frac{360^\circ}{ن}$ سے ضرب دیا جائے۔

یا مختصراً —

(۱) منتظم ن ضلعی کا رقبہ = (ضلع)^2 × $\frac{ن}{۴}$ مم $\frac{180^\circ}{ن}$

= ل^2 × $\frac{ن}{۴}$ مم $\frac{180^\circ}{ن}$

(۲) 〃 〃 〃 = (اندرونی دائرہ کا نصف قطر)^2 × ن مس $\frac{180^\circ}{ن}$

= ر^2 × ن مس $\frac{180^\circ}{ن}$

(۳) 〃 〃 〃 = (بیرونی دائرہ کا نصف قطر)^2 × $\frac{ن}{۲}$ جب $\frac{360^\circ}{ن}$

= ر^2 × $\frac{ن}{۲}$ جب $\frac{360^\circ}{ن}$

ذیل کی جدول میں اعشاریہ کے چوتھے مقام تک صحیح اضافیہ $\frac{ن}{۴}$ مم $\frac{180^\circ}{ن}$، ن مس $\frac{180^\circ}{ن}$ اور $\frac{ن}{۲}$ جب $\frac{360^\circ}{ن}$ کی قیمتیں اُن کثیر الاضلاع کے لیے دی گئی ہیں جو عام طور سے مروج ہیں :-

کثیر الاضلاع کا نام	$\frac{ن}{۴}$ مم $\frac{180^\circ}{ن}$	ن مس $\frac{180^\circ}{ن}$	$\frac{ن}{۲}$ جب $\frac{360^\circ}{ن}$
مخمس	۱،۷۲۰۴	۳،۶۳۲۷	۲،۳۷۷۶
مسدس	۲،۵۹۸۰	۳،۴۶۴۱	۲،۵۹۸۰
سات ضلعی	۳،۶۳۳۹	۳،۳۷۱۰	۲،۷۳۶۴

کثیر الاضلاع کا نام	$\frac{ن}{۴}$ م $\frac{۱۸۰^\circ}{ن}$	ن مس $\frac{۱۸۰^\circ}{ن}$	$\frac{ن}{۲}$ جب $\frac{۳۶۰^\circ}{ن}$
آٹھ ضلعی	۴٫۸۲۸۴	۳٫۳۱۳۷	۲٫۸۲۸۴
نو ضلعی	۶٫۱۸۱۸	۳٫۲۷۵۷	۲٫۸۹۲۵
دس ضلعی	۷٫۶۹۴۲	۳٫۲۴۹۲	۲٫۹۳۸۹
گیارہ ضلعی	۹٫۳۶۵۶	۳٫۲۲۹۹	۲٫۹۷۳۵
بارہ ضلعی	۱۱٫۱۹۶۱	۳٫۲۱۵۳	۳٫۰۰۰۰

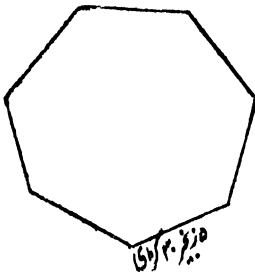
۵۱— توضیحی مثالیں

مثال ۱: ایک ایسی منتظم سات ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۵ زنجیر ۳۰ کڑی ہے۔

منتظم سات ضلعی کا رقبہ } = $ا^2 \times \frac{ن}{۴}$ م $\frac{۱۸۰^\circ}{ن}$ مربع اکائیاں .... دفعہ ۵۰

یہاں ا = ۵٫۳ زنجیر

اور $\frac{ن}{۴}$ م $\frac{۱۸۰^\circ}{ن}$ = ۳٫۶۳۳۹ ..... دفعہ ۵۰

∴ رقبہ = $(۵٫۳)^2$ × ۳٫۶۳۳۹ مربع زنجیر

= ۱۰۲٫۰۷۶۲ مربع زنجیر تقریباً

= ۱۰ ایکڑ ۲ مربع زنجیر ۷۶۲ مربع کڑی تقریباً

۵ زنجیر ۳۰ کڑی

مثال ۲: ۲ فٹ ۶ انچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم گیارہ ضلعی بنائی گئی ہے۔ اس گیارہ ضلعی کا رقبہ دریافت کرو۔

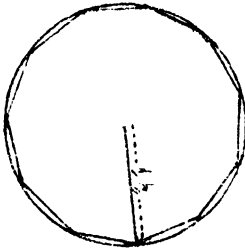
منتظم گیارہ ضلعی کا رقبہ } = $ر^2 \times \frac{ن}{۲}$ جب $\frac{۳۶۰^\circ}{ن}$ مربع اکائیاں .... دفعہ ۵۰

یہاں س = (۲ × ۱۲ + ۶) = ۳۰ انچ

اور $\frac{ن}{۲}$ جب $\frac{۳۶۰°}{ن}$ = ۲٫۹۷۳۵ .... دفعہ ۵۰

∴ رقبہ = $(۳۰)^۲$ × ۲٫۹۷۳۵ مربع انچ

= ۲۶۷۶٫۱ مربع انچ تقریباً

= ۱۸ مربع فٹ ۸۴٫۱ مربع انچ تقریباً

مثال ۳: ۱ فٹ ۸ انچ نصف قطر کے دائرے کے گرد ایک منتظم مخمس بنائی گئی ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

مخمس کا رقبہ = $ر^۲$ × ن مس $\frac{۱۸۰°}{ن}$ مربع اکائیاں دفعہ ۵۰

یہاں ر = ۱ × ۱۲ + ۸ = ۲۰ انچ

اور ن مس $\frac{۱۸۰°}{ن}$ = ۳٫۶۳۲۷ .... دفعہ ۵۰

∴ مخمس کا رقبہ = $(۲۰)^۲$ × ۳٫۶۳۲۷ مربع انچ

= ۱۴۵۳ مربع انچ تقریباً

= ۱۰ مربع فٹ ۱۳ مربع انچ تقریباً

امثلہ نمبری ۸ (ا)

۱ — ایک ایسے منتظم مخمس کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۵ زنجیر ۵۵ کڑی اور اُس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر ۳ زنجیر ۸۲ کڑی ہے۔

۲ — منتظم مسدس کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۸ انچ ہے۔

۳ — ایک منتظم مسدس کا ضلع ۲ زنجیر ۲۵ کڑی ہے اُس کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔

۴ — ایک ایسے منتظم مسبع کا رقبہ دریافت کرو جو ۱۵ فٹ نصف قطر کے

دائرہ میں بنایا گیا ہے۔

۵ــــ ایک ایسے منتظم مسدس کا رقبہ دریافت کرو جو ایک ایسے دائرے کے گرد بنایا گیا ہے۔ جس کا نصف قطر، ۳۱ انچ ہے۔

۶ــــ ایک ایسی منتظم نو ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۱۰ گز ہے۔

۷ــــ ایک منتظم مخمس کے ضلع کا ناپ ۴ گز ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۸ــــ ۲ روپیہ فی مربع گز کے حساب سے ایک ایسے مثمن وضع کے فرش کے لیے چٹائی بنوانے کی لاگت معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ ۱۶ فٹ ہے
(۲√ = ۱۴۱۴۲۱ء۱)

۹ــــ ۵ روپے فی گز کے حساب سے ایک منتظم بارہ ضلعی احاطہ کے گرد ٹٹی لگوانے میں ۹۰۰ روپے خرچ ہوتے ہیں۔ اس کا رقبہ دریافت کرو۔

امثلہ نمبری ۸ (ب)

۱۰ــــ ایک ایسے منتظم مسدس کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ نصف راسی ہے (جواب بسواسی میں بیان کرو)۔

۱۱ــــ ایک ایسے منتظم آٹھ ضلعی کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ ۲ راسی ہے (جواب بیگہ میں ظاہر کرو)۔

۱۲ــــ اس منتظم مسدس کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کا رقبہ ۱ بیگہ ہے (جواب راسی میں بیان کرو)۔

سوالات امتحانات ۸

۱ــــ منتظم مسدس کی وضع کا ایک قطعہ زمین ہے جس کا ہر ایک ضلع ۱۰۰ فٹ ہے اس پر اس طرح گھانس لگایا جائیگا کہ اس کے اندر گرداگرد ۴ فٹ عرض کا حاشیہ چھوٹ جائے: گھانس کے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعۂ پنجاب میٹرکیولیشن)

۲ــــ اعشاریہ کے تیسرے مقام تک ایک ایسے منتظم مسدس کا

رقبہ دریافت کرو جس کا ہر ایک ضلع ۱۰ فٹ کے مساوی ہے۔

(جامعۂ کلکتہ۔ میٹریکیولیشن)

۳ــــ ایکڑ روڈ وغیرہ میں ایک ایسے منتظم آٹھ ضلعی میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۵ زنجیر ہے۔

(جامعۂ کلکتہ میٹریکیولیشن)

۴ــــ مربع وضع کا ایک کمرہ ہے جس کے متعلق توسیع کی تجویز ہے کہ ایک رُخ پر مثمن وضع کا ایسا ہیٹس بنایا جائے کہ مثمن کے تین اضلاع پیش کی سرحد ہوں۔ بتاؤ توسیع شدہ فرش کا رقبہ کیا ہونا چاہیئے اگر مربع کا ضلع ۲۰ فٹ ہو۔ (رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۵ــــ ۱۰ انچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم دس ضلعی بنائی گئی ہے: کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔ (رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۶ــــ ایک مثلث مساوی الاضلاع، مربع اور ایک منتظم مسدس کے احاطے مساوی ہیں اُن کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔ (رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۷ــــ ایک منتظم آٹھ ضلعی کا رقبہ ۱۵ مربع گز ہے: اس کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ (رُڑکی انجینیر داخلہ)

۸ــــ ایک مخمس کے گرد کے دائرے کا نصف قطر $\frac{3000}{\pi}$ فٹ ہے جہاں π = ۳۱۴۱۶ء۳ مخمس کے ضلع کا طول اور رقبہ دریافت کرو۔

(رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۹ــــ ۶ + ۴ $\sqrt{2}$ مربع فٹ رقبہ کے مربع کے اندر ایک منتظم مثمن بنائی گئی ہے۔ اُس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(رُڑکی انجینیر: فائینل)

۱۰ــــ ایک منتظم سات ضلعی کا ضلع ۴۵ فٹ ہے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔ (رُڑکی انجینیر فائینل)

۱۱ــــ اگر ایک منتظم مسدس، ایک مربع اور ایک مثلث مساوی الاضلاع ۱۲ فٹ قطر کے ایک دائرے کے اندر بنائے جائیں تو بتاؤ کہ مثلث کے ضلع پر کا

مربع باقی دو شکلوں میں سے ہر ایک کے ایک ایک ضلع پر کے مربعوں کے مجموعے کے مساوی ہوتا ہے۔ (رُڑکی انجنیئر۔ فائینل)

۱۲ ـــ افٹ ضلع کی ایک منتظم مخمس دائرے کے اندر بنی ہوئی ہے؛ دائرے کا نصف قطر دریافت کرو۔ (ایضاً)

۱۳ ـــ منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے اضلاع کی تعداد اور ضلع کے طول کی رقم میں ایک ضابطہ اخذ کرو اور اس سے ایک ایسی منتظم سات ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کے ہر ایک ضلع کا طول ۲ فٹ ہے۔ (ایضاً)

۱۴ ـــ ایک دائرے کا نصف قطر افنٹ ہے: اس کے اندر ایک منتظم آٹھ ضلعی بنائی جائے تو اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۱۵ ـــ ۱۰ ۱/۲ ضلع کے مربع کے اندر ایک منتظم مثمن بنائی گئی ہے: اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ۔ ماہانہ)

۱۶ ـــ ۳ انچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم بارہ ضلعی بنائی گئی ہے: کثیر الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔ (ایضاً)

۱۷ ـــ ایک منتظم مثمن کا رقبہ ۱ ر ڈ ہے اس کا ضلع دریافت کرو۔ نیز بارہ ضلعوں کی ایک ایسی منتظم کثیر الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع گز ہے۔ (ایضاً)

۱۸ ـــ ایک ایسے منتظم مسدس کا رقبہ دریافت کرو جس کا احاطہ ۳۰۰ فٹ ہے۔ (ایضاً)

۱۹ ـــ ایک مسدس کا رقبہ دریافت کرو جس کا ہر ضلع ۳۰ فٹ ہے (ایضاً)۔

۲۰ ـــ ایک منتظم مثمن کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۲۰ فٹ ہے (ایضاً)

۲۱ ـــ ایک دائرے کا نصف قطر افٹ ہے: دائرے کے اندر بنی ہوئی منتظم بارہ ضلعی کا رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۲۲ ـــ ۲۴ فٹ عرض والے ایک کمرے کا برآمدہ بشکلِ مثمن کے

تین ضلعوں کی وضع میں بنانا مطلوب ہے: اس کا خاکہ اُتارو۔ اس کی وجہ سے کمرہ کے وسطی خط کے مجموعی طول میں کس قدر اضافہ ہو جائیگا نیز بتاؤ کہ رقبہ میں کس قدر زیادتی ہو جائیگی۔ (رُڑکی اپر سب آر ڈینیٹ ماھانہ)

۲۳ــــ ایک منتظم مثمن کا رقبہ ۴۸۲۸۰۶۲۴۰ مربع فٹ ہے: ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔ (ایضاً)

۲۴ــــ ایک مربع اور ایک منتظم مسدس کے رقبے دریافت کرو اگر ہر ایک کا احاطہ ۳۰۰ فٹ ہو۔ (ایضاً)

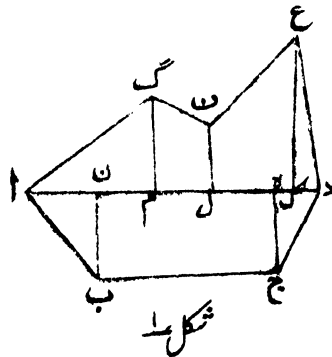
۲۵ــــ ۲۵ ضلعوں کی ایک ایسی کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جو ۱۰ فٹ نصف قطر کے دائرے کے اندر بنائی گئی ہو۔ جب ۴° ۴۴ = ۲۴۹ء۰
(رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۲۶ــــ ایک دائرے کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے: اس کے اندر ایک سولہ ضلعی بنائی جائے تو اُس کے ضلع کا طول اعشاریہ کے تین مقامات تک صحیح نکالو۔
(جامعہ پنجاب: سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

ــــــ(ختم)ــــــ

غیر منتظم مستقیم ضلعی شکلیں

۵۲ — غیر منتظم مستقیم الاضلاع شکل ا ب ج د ع ف گ (شکل ۱) پر غور کرو۔

شکل ۱

اگر ہم اس کو ایسے حصّوں میں منقسم کرسکیں کہ ہر ایک حصہ کا رقبہ علٰحدہ علٰحدہ معلوم ہوجائے تو پھر اِن حصص کے رقبوں کو جمع کرنے سے ہم تمام شکل کا رقبہ معلوم کرسکتے ہیں۔ اساسی خطوں اور بیرونی عمودوں کی مدد سے

شکل کو ایسے حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

۵۳ ——— اساسی خط وہ خطِ مستقیم ہے جو شکل کے کوئی سے دو زاویئی نقاط کو ملاتا ہے اور بیرونی عمود اُن عمودوں کو کہتے ہیں جو دوسرے زاویئی نقاط سے اساسی خط پر کھینچے جاتے ہیں۔

اِس مطلب کے لیے اکثر اوقات صرف ایک اساسی خط کھینچنے سے کام نکل جاتا ہے لیکن بعض اوقات دو یا زیادہ اساسی خطوط کھینچنے میں سہولت ہوتی ہے۔

شکل ا ب ج د ع گ (شکل ۱) میں اساسی خط ا د اور بیرونی عمود ب ن، ج ہ، ع ک، ف ل اور گ م کھینچے جائیں تو وہ سہولت کے ساتھ حصوں میں منقسم ہو جاتی ہے۔ یہ حصے یا تو مثلثات ہونگے یا اشکالِ منحرف۔ اور اُن کے رقبے معلوم ہو سکتے ہیں اگر ہمیں —

(ا) بیرونی عمود

اور (ب) اساسی خط کے اُن قطعات کے جو بیرونی عمود سے قطع ہوتے ہیں طول معلوم ہو جائیں۔

۵۴ ——— اب غیر منتظم مستقیم الاضلاع شکل ا ب ج د ع ف گ (شکل ۲) پر غور کرو۔

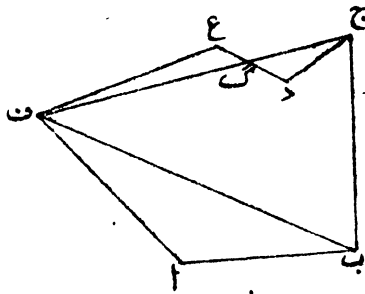
شکل ۲

اِس شکل کو حصص میں تقسیم کرنے کے لیے سہولت اس میں ہے کہ اساسی خطوط ا ع اور ب ع اور بیرونی عمود ب ن، ج ہ، د ک، ف م، اور

گ ل کھینچے جائیں۔

۵۵ ـــــ بعض اوقات ایسے اساسی خطوط کھینچنے میں سہولت ہوتی ہے جو کلیتہً یا جزءً شکل کے باہر ہوتے ہیں۔

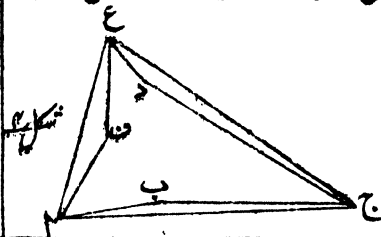
مثلاً غیر منتظم مستقیم الاضلاع شکل ا ب ج د ع ف (شکل ۳) پر غور کرو۔

شکل ۳

اگر اساسی خطوط ف ب اور ف ج کھینچے جائیں تو شکل کا رقبہ مثلثات ف ب ج، ا ب ف اور ف ع گ کے رقبوں کے مجموعہ میں سے مثلث گ د ج کا رقبہ منہا کرنے سے حاصل ہو جائیگا۔

جب کسی زاویئی نقطہ سے کسی اساسی خط پر کھینچا ہوا عمود شکل کے باہر واقع ہوتا ہو تو اُسے اندرونی عمود کہتے ہیں۔

پس اساسی خط ف ج سے زاویئی نقطہ د پر کے عمود کو اندرونی عمود کہیں گے۔

۵۶ ـــــ اب غیر منتظم مستقیم الاضلاع شکل ا ب ج د ع ف (شکل ۴) پر غور کرو۔

شکل ۴

اگر اساسی خطوط ا ج، ج ع، ع ا کھینچے جائیں تو شکل کا رقبہ ا ج ع کے رقبہ میں سے مثلثات

ا ب جَ، ج د ع اور ع ف ا کے رقبوں کے مجموعہ کو تفریق کرنے سے حاصل ہو جائے گا۔

اِس طریقہ کو عملاً یوں بیان کیا جا سکتا ہے کہ ــــ

(۱) اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کا رقبہ معلوم کرو۔

(۲) اُن شکلوں کے رقبوں کو جمع کرو جو اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کے باہر واقع ہوتے ہیں۔

(۳) اُن شکلوں کے رقبوں کو تفریق کرو جو اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کے اندر واقع ہوتے ہیں۔

توضیحی مثالیں

۵۷ ــــ مثال ۱: ا ب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک مستقیم الاضلاع شکل ہے، ب بَ، ج جَ، ع عَ بالترتیب ا د پر عمود نکالے گئے ہیں۔ اور معلوم ہے کہ

ا د = ۱۶ فٹ، ع عَ = ۲ر۴ فٹ، ب بَ = ۱ر۶ فٹ، ا بَ = ۶ر۴ فٹ، ا جَ = ۱۲ فٹ اور ج جَ = ۶ فٹ۔ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔

چونکہ بَ جَ = ا جَ - ا بَ

∴ بَ جَ = (۱۲ - ۶ر۴) فٹ = ۵ر۶ فٹ

اور چونکہ جَ د = ا د − ا جَ

∴ جَ د = (۱۶−۱۲) فٹ = ۴ فٹ

شکل ا ب ج د ع کا رقبہ = △ ا ع د کا رقبہ + △ ا ب بَ کا رقبہ + △ ج د جَ کا رقبہ + شکلِ منحرف ب ج جَ بَ کا رقبہ

△ ا ع د کا رقبہ = ½ × ا د × ع عَ .... دفعہ ۲۰

= ½ × ۱۶ × ۴٫۲ مربع فٹ

= ۳۳٫۶ مربع فٹ

△ ا ب بَ کا رقبہ = ½ × ا بَ × ب بَ .... دفعہ ۲۰

= ½ × ۴٫۶ × ۶٫۱ مربع فٹ

= ۱۴٫۰۳ مربع فٹ

△ ج د جَ کا رقبہ = ½ × جَ د × ج جَ .... دفعہ ۲۰

= ½ × ۴ × ۶ مربع فٹ

= ۱۲ مربع فٹ

شکلِ منحرف ب ج جَ بَ کا رقبہ = ½ × بَ جَ (ب بَ + ج جَ) ...... دفعہ ۳۹

= ½ × ۷٫۴ × ۱۲٫۱ مربع فٹ

= ۴۴٫۷۷ مربع فٹ

∴ شکل ا ب ج د ع کا رقبہ = (۳۳٫۶ + ۱۴٫۰۳ + ۱۲ + ۴۴٫۷۷) مربع فٹ

= <u>۱۰۴٫۴</u> مربع فٹ

مثال ۲: شکل ا ب ج د ح ف کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو اگر ف د = ۲۴۰۰ کڑی، ف ب = ۲۰۵۰ کڑی، ب د = ۱۹۰۰ کڑی

ب بَ = ۱۳۵۰ کڑی، ۲ اَ = ۶۰۰ کڑی، ج جَ = ۳۰۰ کڑی اور ع عَ = ۵۵۰ کڑی۔

شکل ا ب ج د ع ف کا رقبہ =
△ ف ب د کا رقبہ +
△ ف ا ب کا رقبہ +
△ ب ج د کا رقبہ +
△ ف د ع کا رقبہ۔

اب △ ف ب د کا رقبہ =
$\frac{1}{2}$ ف د × ب بَ ...... دفعہ ۲۰

= $\frac{1}{2}$ × ۲۴۰۰ × ۱۳۵۰ مربع کڑی

= ۱۶۲۰۰۰۰ مربع کڑی

△ ف ا ب کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ف ب × ۲ اَ .... دفعہ ۲۰

= $\frac{1}{2}$ × ۲۰۵۰ × ۶۰۰ مربع کڑی

= ۶۱۵۰۰۰ مربع کڑی

△ ب ج د کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ب د × ج جَ .... دفعہ ۲۰

= $\frac{1}{2}$ × ۱۹۰۰ × ۳۰۰ مربع کڑی

= ۲۸۵۰۰۰ مربع کڑی

△ ف د ع کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ف د × ع عَ .... دفعہ ۲۰

= $\frac{1}{2}$ × ۲۴۰۰ × ۵۵۰ مربع کڑی

= ۶۶۰۰۰۰ مربع کڑی

∴ شکل کا رقبہ = (۱۶۲۰۰۰۰ + ۶۱۵۰۰۰ + ۲۸۵۰۰۰ + ۶۶۰۰۰۰) مربع کڑی

= ۳۱۸۰۰۰۰ مربع کڑی

= ۳۱٫۸ ایکڑ

مثال ۳: مربع گز، مربع فٹ اور مربع انچ میں مستقیم الاضلاع شکل اب ج د ع ف کا رقبہ دریافت کرو اگر ا ج = ۱۶۰ انچ، ج ع = ۱۴۲ انچ، ع ا = ۱۳۹ انچ، ب ب' = ۲۴ انچ، د د' = ۱۴ انچ، ف ف' = ۲۰ انچ اور ع ع' = ۱۱۴ انچ۔

شکل ا ب ج د ع ف کا رقبہ
= △ ا ج ع کا رقبہ +
△ ا ب ج کا رقبہ - △ ج د ع کا رقبہ - △ ع ا ف کا رقبہ۔

△ ا ج ع کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ ا ج × ع ع' ..... دفعہ ۲۰
= $\frac{1}{2}$ × ۱۶۰ × ۱۱۴ مربع انچ
= ۹۱۲۰ مربع انچ

△ ا ب ج کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ا ج × ب ب' ..... دفعہ ۲۰
= $\frac{1}{2}$ × ۱۶۰ × ۲۴ مربع انچ
= ۱۹۲۰ مربع انچ

△ ج د ع کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ ج ع × د د' ..... دفعہ ۲۰
= $\frac{1}{2}$ × ۱۴۲ × ۱۴ مربع انچ
= ۹۹۴ مربع انچ

△ ع ا ف کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ع ا × ف ف' ..... دفعہ ۲۰
= $\frac{1}{2}$ × ۱۳۹ × ۲۰ مربع انچ
= ۱۳۹۰ مربع انچ

∴ شکل کا رقبہ = (۹۱۲۰ + ۱۹۲۰ − ۹۹۴ − ۱۳۹۰) مربع انچ

= (۱۱۰۴۰ − ۲۳۸۴) مربع انچ

= ۸۶۵۶ مربع انچ

= ۶ مربع گز ۶ مربع فٹ ۱۶ مربع انچ

مثال ۷: اب ج د ایک ذوار بعۃ الاضلاع ہے جس میں اب = ۵۱ فٹ، ب ج = ۵۲ فٹ، ج د = ۹۰ فٹ، ا سے د ج پر کا عمود ا ع کا طول ۲۸ فٹ ہے اور یہ د ج کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے؛ اب ج د کا رقبہ دریافت کرو۔

اب ج د کا رقبہ = △ ا ج د کا رقبہ + △ اب ج کا رقبہ

△ ا ج د کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$ · ا ع · ج د ...... دفعہ ۲۰

= $\frac{۱}{۲}$ × ۲۸ × ۹۰ مربع فٹ

= ۱۲۶۰ مربع فٹ

اور

△ اب ج کا رقبہ = $\sqrt{ص(ص-اَ)(ص-بَ)(ص-جَ)}$ مربع فٹ ...... دفعہ ۲۳

جہاں اَ = ۵۱، بَ = ۵۲، جَ = $\sqrt{(۴۵)^۲ + (۲۸)^۲}$ = ۵۳ ...... دفعہ ۱۶

∴ ص = ۷۸

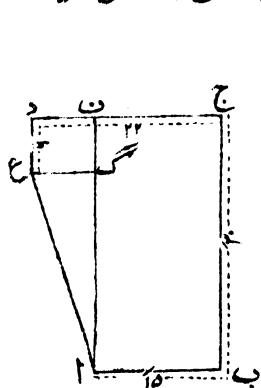
∴ △ اب ج کا رقبہ = $\sqrt{۲۵ \times ۲۶ \times ۲۷ \times ۷۸}$ مربع فٹ

= $\sqrt{۳^۲ \times ۵^۲ \times ۳^۲ \times ۱۳^۲ \times ۲^۲}$ مربع فٹ

= ۱۱۷۰ مربع فٹ

∴ اب ج د کا رقبہ = (۱۲۶۰ + ۱۱۷۰) مربع فٹ

= ۲۴۳۰ مربع فٹ

مثال ۵: اب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک شکل ہے جس میں ب، ج اور د پر کے زاویے قائمے ہیں۔ اگر اب = ۱۵ فٹ، ب ج = ۳۰ فٹ، ج د = ۲۲ فٹ اور د ع = ۶ فٹ تو شکل کا رقبہ اور ع ا کا طول دریافت کرو۔

ا سے ب ج کے متوازی اف کھینچو اور ع سے د ف کے متوازی ع گ کھینچو۔

اب اب ج د ع کا رقبہ = اب ج ف کا رقبہ + د ع گ ف کا رقبہ + اگ ع کا رقبہ

= اب × ب ج + د ع × ع گ + ½ ع گ × اگ ..... دفعہ ۴۱

= ۲۴×۷×½ + ۷×۶ + ۳۰×۱۵ مربع فٹ

= (۴۵۰ + ۴۲ + ۸۴) مربع فٹ

= ۵۷۶ مربع فٹ

پھر

ع ا = √(ع گ² + گ ا²) .... دفعہ ۱۶

= √((۷)² + (۲۴)²) فٹ

= ۲۵ فٹ

امثلہ نمبری ۹ (ا)

۱۔ ذو اربعۃ الاضلاع اب ج د کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔ اگر اج = ۶۰۰ کڑی اور ب اور د سے اج پر کے عمودوں کے طول ۴۸۰ کڑی

اور ۰۰ ۸ ا کڑی ہوں۔

۲ ـــــ ا ب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک شکل ہے جس میں ا د کا طول ۲۰ فٹ، ا ج کا طول ۱۱ فٹ ۲ انچ، ج اور ع سے ا د پر کے عمودوں کے طول بالترتیب ۶ فٹ اور ۲ فٹ ۶ انچ اور ب سے ا ج پر کے عمود کا طول ۲ فٹ ۹ انچ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۳ ـــــ پانچ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو۔ اگر ا ج کا ناپ ۱۶ انچ، ا د کا $\frac{1}{2}$ ۱۴ انچ، ب سے ا ج پر کے عمود کا طول ۶ انچ، د سے ا ج پر کا عمود ۸ انچ اور ع سے ا د پر کا عمود $\frac{3}{4}$ ۴ انچ ہو۔

۴ ـــــ پانچ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع میں ا پر کا زاویہ قائمہ ہے ج ع = ۲۴ فٹ، ا ب = ۶٫۵ فٹ، ا ع = ۴٫۴ فٹ، ب سے ج ع پر کا عمود ۸٫۴ فٹ اور د سے ج ع پر کا عمود ۲٫۳ فٹ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۵ ـــــ پانچ اضلاع کی شکل ا ب ج د ع میں ا پر کا زاویہ ایک قائمہ ہے اور د ع متوازی ہے ا ب کا، نیز ا ب = ۱۲۰۰ کڑی، ب د = ۱۰۶۰ کڑی، د ع = ۹۰۰ کڑی، ع ا = ۷۰۰ کڑی اور ج سے ب د پر کا عمود = ۴۳۰ کڑی۔ رقبہ دریافت کرو۔

امثلہ نمبری ۹ (ب)

۶ ـــــ چارضلعی ا ب ج د میں کتنے بگیہ ہوں گے اگر ا ج کا ناپ ۶٫۵ راسی اور ب اور د سے ا ج پر کے عمودوں کے ناپ بالترتیب ۲٫۴ اور ۸٫۲ راسی ہوں!

۷ ـــــ پانچ اضلاع کی شکل ا ب ج د ع کا رقبہ بگیہ و بسواس میں معلوم کرو۔ اگر ا د کا ناپ ۸٫۴ راسی، ا ج ۸٫۳ راسی اور ج اور ع سے ا د پر کے عمود بالترتیب ۴٫۱ اور ۹٫۱ راسی، نیز ب سے ا ج پر کا عمود ۲ راسی ہے۔

۸ ـــــ پانچ اضلاع کی شکل ا ب ج د ع میں ا اور د پر کے زاویے قائمے ہیں اور ا ب = ۴٫۷ راسی، ج د = ۶ راسی، د ع = ۲ راسی

ع ا = ۶ ، ۴ راسی اور ج سے ع ب پر کا عمود = ۲/۴ راسی : شکل کا رقبہ بیگہ میں دریافت کرو۔

سوالات امتحانات ۔۹

۱ ـــــ میدان ا ب ج د کا خاکہ اُتارو اور ذیل کی پیمائشوں سے اس کا رقبہ دریافت کرو۔ نیز ا سے ج د پر کے عمود کا طول معلوم کرو :۔

ب سے ا ج پر کا عمود ب م = ۴۰۰ کڑی

د " " " د ن = ۲۰۰ "

ا م = ۳۰۰ کڑی ، ا ن = ۴۰۰ کڑی ، ا ج = ۶۲۵ کڑی

(جامعۂ الہ آباد : میٹریکیولیشن)

۲ ـــــ شکل ذو اربعۃ الاضلاع ا ب ج د میں ا ب = ب ج = ج د = ۶۰ گز ، د ا = ۸۰ گز اور زاویہ د ا ب ایک قائمہ ہے : شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۳ ـــــ پانچ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع کے اضلاع ا ب = ۲۵ فٹ ، ب ج = ۲۹ فٹ ، ج د = ۳۹ فٹ ، د ع = ۲۴ فٹ اور ع ا = ۲۷ فٹ ، نیز ا ج = ۳۶ فٹ اور ج ع = ۵۴ فٹ ، اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۴ ـــــ ا ب ج د ایک ذو اربعۃ الاضلاع ہے جس میں ا ب = ۳ انٹ ، ب ج = ۴ انٹ ، ج د = ۴۴ فٹ ، ا سے د ج پر کا عمود ۹ فٹ اور یہ د ج کو دو مساوی حصّوں میں تقسیم کرتا ہے : ا ب ج د کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعۂ پنجاب : میٹریکیولیشن)

۵ ـــــ پانچ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع میں ب ، ج اور د پر کے زاویے قائمے ہیں۔ اگر ا ب = ۲۰ فٹ ، ب ج = ۱۸ انٹ ، ج د = ۲۲ فٹ اور د ع = ۱۳ انٹ : شکل کا رقبہ اور ا ع کا طول دریافت کرو۔

(رُڑکی انجنیر : داخلہ)

۶ ـــــ ایک مخمس کے اضلاع بالترتیب ۱۰۰ ، ۱۳۰ ، ۱۹۰ ، ۱۳۴ اور

۴۹ فٹ ہیں اور پہلے اور آخری ضلع کے نقطۂ تقاطع میں سے گزرنے والے وتر ۲۰۹ اور ۱۹۲ فٹ ہیں: شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (رُڑکی انجنیری: داخلہ)

۷ــــ مخمس نما میدان ا ب ج د ع میں ا ج کا طول ۵۰ گز اور ب' د اور ع سے ا ج پر کے عمود ۱۰، ۲۰ اور ۱۵ گز، نیز ا اور عمودوں کے پائیں د اور ع کے درمیانی فاصلے ۴۰ اور ۱۰ گز ہیں: رقبہ دریافت کرو۔ (سینڈھرسٹ)

۸ــــ چھ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع ف کے اضلاع کے طول (گزوں میں) حسب ذیل ہیں: ا ب = ۳۱، ب ج = ۱۳۰، ج د = ۳۸، د ع = ۴۱، ع ف = ۱۳۰، ف ا = ۲۲۔ نیز ا اور د پر کے زاویے قائمے ہیں اور ب ف متوازی ہے ج ع کا، میدان کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

(ملیشیا لٹریری)

۹ــــ آٹھ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع ف گ ل کا رقبہ کیا ہونا چاہیے اگر وتر ا ع کو اساسی خط فرض کیا جائے اور زاویئی نقاط سے ا ع پر ب بَ، ج جَ، د دَ وغیرہ عمود کھینچے گئے ہیں۔ وتر کے اوپر کے عمودوں کے طول ب بَ = ۳۹۴، ج جَ = ۴۲۶٫۵، د دَ = ۲۲۴ اور وتر کے نچلے عمودوں کے طول ف فَ = ۱۲۱، گ گَ = ۱۹۵٫۵، ل لَ = ۱۴۲، اور مقطوعات ا لَ = ۴۴٫۵، لَ بَ = ۱۴۴٫۲۵، بَ گَ = ۸۰، گَ جَ = ۴۱، جَ دَ = ۱۳۰٫۵، دَ فَ = ۵۰، فَ ع = ۹۵٫۵

(جامعۂ پنجاب میٹریکیولیشن)

ـــــــ(✤)ـــــــ

پیمائش بیاض

۵۸ — اگر کسی میدان کی سرحد مستقیم الاضلاع شکل ہو تو اس کا رقبہ اساسی خطوط اور بیرونی عمودوں کی مدد سے دریافت کیا جا سکتا ہے۔

۵۹ — اساسی خطوط اور بیرونی عمودوں پر کے فاصلے گنٹر[1] کی زنجیر سے ناپے جاتے ہیں۔ اس زنجیر کا طول ۲۲ گز ہوتا ہے اور یہ ۱۰۰ کڑیوں پر مشتمل ہوتی ہے [اس پورے زنجیر کے طول کو ایک جریب یا ایک زنجیر اور اس کی ہر ایک کڑی کے طول کو ایک کڑی کہتے ہیں]

۶۰ — وہ کتابچہ جس میں پیمائش کنندہ ان پیمائشوں کو قلم بند کرتا جاتا ہے پیمائش بیاض کہلاتا ہے۔

پیمائش بیاض کا ہر ایک صفحہ تین کالموں میں منقسم ہوتا ہے۔ درمیانی کالم میں وہ پیمائشیں لکھی جاتی ہیں جو اساسی خطوط سے متعلق ہوں اور بازوؤں کے کالموں میں بیرونی عمودوں کی پیمائشیں مندرج کی جاتی ہیں۔

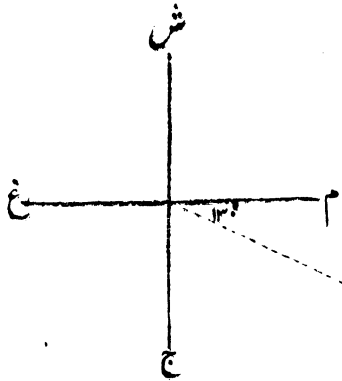
اساسی خط کا ہر ایک انتہائی نقطہ مقامہ کہلاتا ہے۔

۶۱ — پیمائش کنندہ اپنی پیمائشوں کا داخلہ درمیانی کالم میں نیچے سے

---

[1] Gunters chain

شروع کرتا ہے اور پیمائشوں کو یکے بعد دیگرے اوپر کے رُخ لکھتا جاتا ہے۔
سب سے پہلے وہ جو کچھ قلم بند کرتا ہے اُس سے پہلے اساسی خط کی سمت ظاہر ہوتی ہے۔ دوسری مرتبہ جو کچھ لکھتا ہے اس سے اس خط پر کا وہ فاصلہ مراد ہوتا ہے جو پہلے مقام اور پہلے بیرونی عمود کے درمیان ہوتا ہے۔ تیسری تحریر سے اس بیرونی عمود کا طول ظاہر ہوتا ہے اور اس کا اندراج دائیں یا بائیں کالم میں ہوتا ہے بلحاظ اس کے کہ بیرونی عمود اساسی خط کے دائیں یا بائیں جانب ہو۔ چوتھے اندراج سے اساسی خط کا وہ فاصلہ معلوم ہوتا ہے جو پہلے مقام اور دوسرے بیرونی عمود کے درمیان ہوتا ہے۔ پانچواں اندراج اس بیرونی عمود کے طول کو ظاہر کرتا ہے۔ اور اسی طرح پیمائش کنندہ اندراجات کرتا جاتا ہے یہاں تک کہ وہ پہلے اساسی خط کے انتہائی سرے تک پہنچ جاتا ہے۔ اساسی خط کا یہ سرا "دوسرا مقام" کہلاتا ہے۔
میدان کی پیمائش میں اگر ایک ہی اساسی خط استعمال کیا گیا ہو تو اس سے زیادہ اور پیمائشوں کی ضرورت نہیں ہوتی ہے۔ اگر دو یا زیادہ اساسی خطوط استعمال کیے گئے ہوں تو پیمائش کنندہ دوسرے اساسی خط پر دوسرے مقام سے تیسرے مقام تک اسی طریقہ سے روانہ ہوتا ہے جس طرح کہ وہ پہلے اساسی خط پر پہلے مقام سے دوسرے مقام تک پہنچا تھا۔ اور اسی طرح بقیہ اساسی خطوط پر بھی یہاں تک کہ وہ پہلے مقام پر واپس آتا ہے۔
پیمائش بیاض میں عام طور پر مقاموں کی نشاندہی اس طرح کی جاتی ہے:
⊙ ا، ⊙ ب، ⊙ ج، ... یا اس طرح: ①، ②، ③، ....
اساسی خط کی سمت کا اظہار مختلف طریقوں سے کیا جاتا ہے مثلاً
"⊙ ا سے ⊙ ب تک جاؤ ش" اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ پہلے مقام سے دوسرے مقام تک اساسی خط کی سمت شمالی سمت ہے یعنی دوسرا مقام پہلے مقام کے شمال میں واقع ہے۔
"① سے ② تک جاؤ ج مغ" اس کا مطلب یہ ہے کہ پہلے مقام سے دوسرے مقام تک اساسی خط کی سمت جنوب مغربی سمت ہے یعنی دوسرا مقام پہلے مقام کے جنوب مغرب میں واقع ہے۔

”م سے ⑫ ش۔ ۳۰ ج“ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ دوسرے مقام اور تیسرے مقام کے درمیان اساسی خط کی سمت ایسی ہے جو مشرق کے ساتھ جنوب کی طرف ۳۰ کا زاویہ بناتی ہے یعنی دوسرے مقام سے روانہ ہو کر اگر ایسے خط پر جائیں جو مشرق کے ساتھ جنوب کی طرف ۳۰ کا زاویہ بناتا ہے تو تیسرے مقام تک پہنچ سکتے ہیں (دیکھو شکل)۔

”⊙ ب سے بائیں جانب پلٹو“ کا یہ مطلب ہوتا ہے کہ مقام ب پر پہنچنے کے بعد پیمائش کنندہ بائیں جانب پلٹتا ہے لیکن یہ ضروری نہیں ہے کہ زاویہ قائمہ ہی سے پلٹے اور پھر دوسرے اساسی خط پر روانہ ہوتا ہے۔

اگر کسی بازو کے کالم میں صفر لکھا ہوا ہو تو اس سے یہ مراد ہوتی ہے کہ میدان کی سرحد پر کا متناظر نقطہ اساسی خط سے کچھ بھی فاصلہ پر نہیں ہے یا بالفاظِ دیگر اِس نقطہ پر اساسی خط سرحد سے مل جاتا ہے۔

۶۲ —— توضیح کے لیے ذیل کے اندراجات پر غور کرو جو ایک پیمائش بیاض سے لیے گئے ہیں۔

وسطی کالم کے نیچے سے شروع کرکے اُوپر کے رُخ پڑھا جائے تو معلوم ہوتا ہے کہ ——

(۱) اساسی خط ا سے شروع ہو کر مشرق کی طرف بڑھتا ہے۔

	کڑی	
	⊙ ب	
	۲۵۰	
	۱۸۰	۷۵ ج
د ۶۰	۸۰	
جاؤ م	⊙ ا سے	

(۲) اس اساسی خط پر اگر ا سے ۸۰ کڑی کا فاصلہ ناپ لیا جائے اور پھر بائیں جانب اساسی خط پر علی القوائم سمت میں ۶۰ کڑی کا فاصلہ طے کیا جائے تو ہم نقطہ د پر پہنچیں گے جو سرحد کا ایک زاویئی نقطہ ہے۔

(۳) ا سے اساسی خط پر ۱۸۰ کڑی کا فاصلہ ناپ لیا جائے اور پھر دائیں جانب اساسی خط پر علی القوائم سمت میں ۷۵ کڑی کا فاصلہ طے کیا جائے تو ہم سرحد کے دوسرے زاویئی نقطہ ج پر پہنچیں گے۔

(۴) اگر ہم اساسی خط پر ا سے ۲۵۰ کڑی کا فاصلہ طے کریں تو ہم نقطہ ب پر جو دوسرا مقامہ ہے پہنچیں گے۔

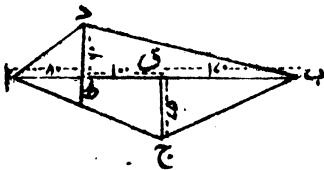
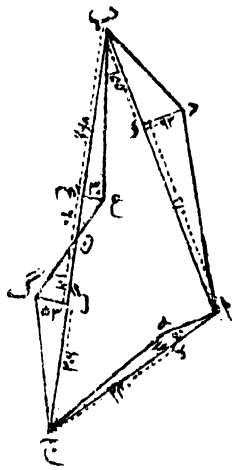
پس بازو کی شکل ان اندراجات سے تعبیر ہونے والے میدان کے خاکہ کو ظاہر کرتی ہے۔

اس میں ا ط = ۸۰ کڑی

ا ق = ۱۸۰ "

ا ب = ۲۵۰ "

ط د = ۶۰ "

ق ج = ۷۵ "

اب پیمائش بیاض کے ذیل کے اندراجات اور اُن سے تعبیر ہونے والے میدان کے خاکہ پر غور کرو۔

	کڑی	
	⊙ ا کو	
٠	۳۴۰	
ع ۱۲	۲۴۰	
بائیں جانب پلٹو	⊙ ج سے	
	⊙ ج کو	
	۶۴۰	٠
	۴۳۴	گ ۵۳
٠	۳۲۸	
ع ۳۰	۲۶۸	
مغ سے ۶۰° ج جاؤ	⊙ ب سے	
	⊙ ب کو	
	۴۶۵	٠
	۳۱۰	د ۶۲
ش کی طرف جاؤ	ا سے	

یہاں تین اساسی خطوط اُن کی سمتیں اور طول دیئے ہوئے ہوں اس لیے یہ سب سے پہلے کھینچے جا سکتے ہیں۔

پھر ہر اساسی خط سے بیرونی عمود بھی کھینچے جا سکتے ہیں جیسا کہ دفعہ ۴۰ میں معلوم ہو چکا ہے۔

شکل کا رقبہ دریافت کرنے کے لئے دفعہ ۵۶ میں سمجھایا ہوا طریقہ استعمال کرو۔

امثلہ نمبری ۱۰

سوالات امتحانات

۱ــــ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اُتارو اور اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

	کڑی	
	⊙ د کو	
	۶۰۰	
	۴۰۰	ج ۱۲۰
۱۰۰ ع	۳۶۰	
	۲۵۰	ب ۱۴۰
۱۶۰ ف	۲۰۰	
	⊙ ا سے	

(یورپین اسکولز: فائینل: صوبجات متحدہ)

۲ــــ پیمائش بیاض کے ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ کھینچو اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

	کڑی	
۵۰	⊙ ب کو	
	۳۰۰	۰
	۲۴۰	۵۰
	۱۶۰	۰

۶۰	۱۰۰	
	۸۰	۵۰
۰	۰	۴۰
	⊙ ا سے	

(یورپین اسکولز: فائینل۔ صوبجات متحدہ)

۳۔ ذیل کے اندراجات سے میدان ا ب ع گ ف د ج کا خاکہ اتارو اور اس کا رقبہ معلوم کرو:۔

	گز	
	⊙ گ کو	
	۲۰۴	
۹۴ ف	۱۹۸	
	۱۲۲	ع ۱۰
۶۴ د	۱۱۷	
۱۴ ج	۸۸	
	۶۳	ب ۷۰
	⊙ ا سے	

(جامعۂ پنجاب۔ میٹریکیولیشن)

۴۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ بناؤ اور اس کا رقبہ نکالو:۔

	کڑی	
	⊙ گ کو	
	۱۰۲۰	
۷۰ ہ ف کو	۹۹۰	
	۶۱۰	۵۰ ع
۲۲۰ د	۵۸۵	
۷۰ ج	۴۴۰	
	۳۱۵	۳۵۰ ب
	⊙ ا سے	

یورپین اسکولز فائینل - صوبہ جات متحدہ

۵ --- ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ اُتارو اور اس کا رقبہ دریافت کرو ؛

	کڑی	
	⊙ ا	
۰	۵۰۰	
۲۰ ہ	۳۲۰	
۳۰ گ	۱۴۰	
	۰	
	⊙ ج	
	سیدھی جانب پلٹو	
	⊙ ج	
	۴۰۰	۰
	۱۸۰	۲۰ ف
	۰	۰
جاؤش م	⊙ ب سے	
	⊙ ب	
۰	۳۰۰	
۱۲ ع	۲۰۰	
۱۰ د	۹۰	
	۰	
جاؤش مغ	⊙ ا سے	

(جامعہ الہ آباد: میٹریکیولیشن)

۶۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ بناؤ اور اُس کا رقبہ ایکڑ، روڈ اور پول میں دریافت کرو:-

	کڑی	
	⊙ ا	
۰	۴۰۹	
ک ۲۰	۶۰	
	۳۰	۰۵
	۲۰	۱۰ گ
	⊙ ج	۰
پلٹو	بائیں جانب	
	⊙ ج	
	۱۶۹	۰
	۳۰	۲۰ ف
	⊙ ب	۰
پلٹو	بائیں جانب	
	⊙ ب	
	۵۱۰	۰
	۱۶۰	۳۰ ع
	۵۰	۱۰ د
	۰	۰
جاؤ مشرق	⊙ ا سے	

(جامعہ اللہ آباد: میٹریکیولیشن)

۷ ــــ ذیل کے اندراجات سے میدان کی نقشہ کشی کرو اور اُس کا رقبہ ایکڑ، روڈ اور پول میں دریافت کرو:-

	کڑی	
	⊙ ا	
	۵۰۰	
	۳۸۰	۲۵ گ
	⊙ ج	
ملٹو	سیدھی جانب	
	⊙ ج	
	۵۰۰	
۱۷۵ ف	۲۲۰	
	⊙ ب	
ملٹو	سیدھی جانب	
	⊙ ب	
	۸۰۰	
۱۰۰ ع	۶۵۰	
۲۰۰ د	۴۰۰	
	⊙ ا	

(جامعۂ الہ آباد: میٹریکیولیشن)

۸ ــــ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اُتارو اور اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

(یونین اسکولز فائنل - صوبہ جات متحدہ)

۹- میدان ا ب ج کا خاکہ اتارو اور اس کا رقبہ معلوم کرو :-

	⊙ ج	
۰	۶۸۰	
۴	۳۰۰	
	⊙ ب	
پلٹو	بائیں جانب	
	⊙ ب	
	۵۱۰	۰
	۴۶۰	۲۰
	۱۰۰	۱۵
جاؤ ج مغ	شروع کرو اور	⊙ا سے

(جامعہ کلکتہ : میٹر یکیولیشن)

۱۰- ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اور رقبہ معلوم کرو:-

	کڑی	
	⊙ ع	
	۲۵۰	
د۶۰	۳۰۰	
	۲۰۰	ج ۰
	۱۶۰	ب ۴۰
	⊙ ا	۰
پلٹو	بائیں جانب	
	⊙ ا	

بائیں جانب	زنجیر	دائیں جانب
	۴۸۱	۰
	۴۱۵	ق ۳۰
	۳۶۰	ط ۴۰
ن ۰	۳۲۰	
م ۶۰	۲۴۰	
ل ۳۰	۱۸۰	
ک ۵۰	۱۵۰	
۰	ب ⊙	
پلٹو	بائیں جانب	

بائیں جانب	زنجیر	دائیں جانب
	ب ⊙	
	۵۸۹	۰
	۴۵۰	گ ۸۶
	۱۲۰	ف ۷۰
	ع ⊙	۰

۱۱ ـــ میدان ا ب ج کا خاکہ بناؤ اور ذیل کے اندراجات سے اس کا رقبہ معلوم کرو۔ اساسی خطوط میدان کے اندر واقع ہوتے ہیں۔

بائیں جانب	کڑی	دائیں جانب
۱۰	ا ⊙ ۲۵۰	
۵۰	۲۰۰	
۰	۰	
	ج ⊙	

بائیں	زنجیر	دائیں
۰	۳۶۰ ⊙ ج	
۴۰	۲۰۰	
۳۰	۱۰۰	
۱۰	۰	
	⊙ ب	
۰	۵۶۰ ⊙ ب	
۳۰	۱۰۰	
۰	۰	
	ش ۲° ۵ مغ	
	⊙ ا	

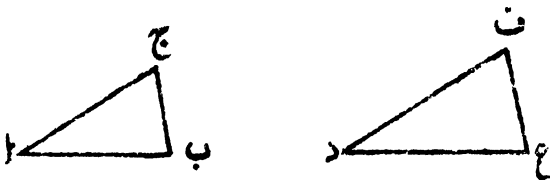
(یورپین اسکولز: فائنل صوبہ جات متحدہ)

۱۲۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اُتارو اور اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

بائیں	کڑی	دائیں
	⊙ ا	
۰	۸۱۸	
۴۰	۱۲۰	
۰	۶۰	۲۰
	۴۰	۰
	⊙ ج	۰
	بائیں جانب پلٹو	
	⊙ ج	

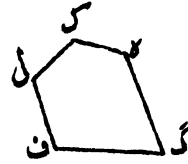
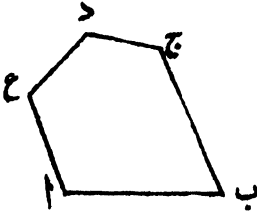
(یورپین اسکولز: فائینل۔ صوبہ جات متحدہ)

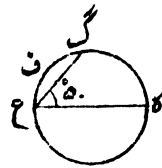
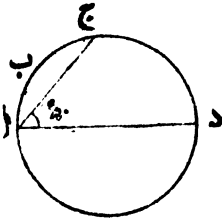
متشابہ اشکال: ان کا طول

۶۳ــــ اشکال کو متشابہ کہتے ہیں اگر اُن کی وضع قطع ایک ہی ہو لیکن اُن کی جسامتوں کا مساوی ہونا ضروری نہیں ہے۔ پس △ ا ب ج اور △ د ع ف متشابہ ہیں۔

تمام مربعے اور نیز تمام دائرے ایک دوسرے کے متشابہ ہوتے ہیں۔ کسی میدان کا خاکہ خود میدان کے متشابہ ہوتا ہے۔ کسی جسم کی تکبیر کی جائے تو وہ اور اُس کا خیال متشابہ ہوتے ہیں۔

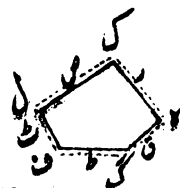
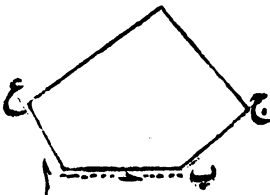
اگر کسی بڑے مثلث میں سے اُس کے کسی ضلع کے متوازی ایک خطِ مستقیم کھینچکر ایک چھوٹا مثلث قطع کرلیا جائے تو چھوٹا مثلث بڑے مثلث کے متشابہ ہوتا ہے۔

۶۴ــــ متشابہ مستقیم الاضلاع شکلیں مساوی الزوایا ہوتی ہیں اور اُن کے متناظر اضلاع متناسب ہوتے ہیں۔ پس متشابہ مستقیم الاضلاع شکلوں ا ب ج د ع اور ف گ ہ ک ل ہیں۔

ا ب : ج د = ف گ : ہ ک

۶۵ـــــ اگر کسی شکل میں دو خطوط، مستقیم یا منحنی کھینچے جائیں اور پھر دو متناظر خطوط اس کی متشابہ شکل میں بھی کھینچے جائیں تو یہ چاروں خطوط تناسب میں ہونگے۔ پس دائروں ا ب ج د اور ع ف گ ہ میں ـــ

قوس ا ب ج : قوس ع ف گ = ا د : ع ہ

نیز
محیط ا د ج ب : قطر ا د = محیط ع ہ گ ف : قطر ع ہ

۶۶ـــــ **مسئلہ ۱۴**

مستقیم الاضلاع شکل کا ایک ضلع دیا ہوا ہو تو اس کے بقیہ اضلاع معلوم کرنا جبکہ اس کے متشابہ مستقیم الاضلاع شکل کے تمام اضلاع دیے ہوئے ہیں۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ع اور ف گ ہ ک ل دو متشابہ مستقیم الاضلاع شکلیں ہیں۔

فرض کرو کہ شکل ا ب ج د ع کے ضلع ا ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ا ہے۔ نیز فرض کرو کہ شکل ف گ ہ ک ل کے متناظر ضلع ف گ کا طول اور اس کے دوسرے اضلاع گ ہ، ہ ک، ک ل، ل ف کے طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ط، ق، ر، ص، ٹ ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ شکل ا ب ج د ع کے بقیہ ضلعوں کے طول ا، ط، ق، ر، ص، ٹ کی رقوم میں معلوم کئے جائیں۔

چونکہ ب ج متناظر ہے گ ہ کے اور ا ب متناظر ہے ف گ کے۔

∴ ب ج : ا ب = گ ہ : ف گ .... دفعہ ۶۴

یعنی۔

ب ج : ا = ق : ط

اسی طرح معلوم ہوتا ہے کہ۔

ج د : ا = ر : ط

د ع : ا = ص : ط

ع ا : ا = ٹ : ط

پس قاعدہ۔۔

مستقیم الاضلاع شکل کا کوئی سا ضلع معلوم ہو سکتا ہے اگر شکل کے کسی معلومہ ضلع کے ساتھ اس کا تناسب معلوم کیا جائے اور پھر اس تناسب کو کسی متشابہ شکل کے متناظر ضلعوں کی نسبت کے مساوی رکھا جائے۔

یا مختصراً۔۔۔

پہلی شکل کا کوئی سا ضلع : پہلی شکل کا معلومہ ضلع = دوسری شکل کے متناظر اضلاع کی نسبت۔

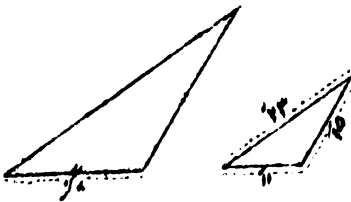
پہلی شکل کا کوئی سا ضلع : ل = ق : ط

جہاں ط متناظر ہے ل کے۔

نوٹ۔ ایک شکل کے تمام اضلاع کے ناپ ایک ہی طولی اکائی میں بیان کرنا ضروری ہیں۔

توضیحی مثالیں

مثال ۱ ایک مثلث کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۱۱، ۱۵ اور ۲۳ فٹ ہیں۔ اس کا ۱۱ فٹ طول کا ضلع ایک متشابہ مثلث کے ۷ گز طول کے ضلع کے متناظر ہے۔ اس مثلث کے بقیہ ضلعوں کے طول معلوم کرو۔

دوسرے مثلث کا ایک ضلع : ۷ گز = ق : ط ...... دفعہ ۶۶

جہاں ل = ۷، ط = ۱۱، ق = ۱۵

دوسرے مثلث کا ایک ضلع : ۷ گز = ۱۵ : ۱۱

∴ دوسرے مثلث کا ایک ضلع = ۷ گز × ۱۵/۱۱

= ۱۰۵/۱۱ گز

= ۹ ۶/۱۱ گز

دوسرے مثلث کا بقیہ ضلع : ۷ گز = ۲۳ : ۱۱

∴ دوسرے مثلث کا بقیہ ضلع = ۷ گز × ۲۳/۱۱

= ۱۶۱/۱۱ گز

= ۱۴ ۷/۱۱ گز

مثال ۲:۔ کسی △ اب ج میں، اب = ۱۴ کڑی، ب ج = ۲۳ کڑی، ج ا = ۱۷ کڑی۔ ضلع اب میں کے ایک نقطہ د سے ب ج کے متوازی ایک خطِ مستقیم کھینچا گیا جو اج سے نقطہ ع پر ملتا ہے۔ اگر اد = ۱۰ کڑی تو اع معلوم کرو۔

مثلثات ادع اور اب ج متشابہ ہیں ... دفعہ ۶۳

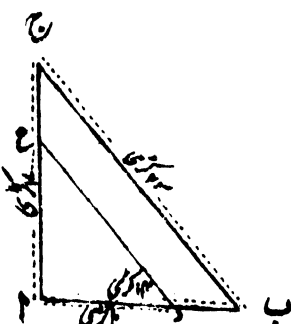
∴ اع : اد = اج : اب ...... دفعہ ۶۴

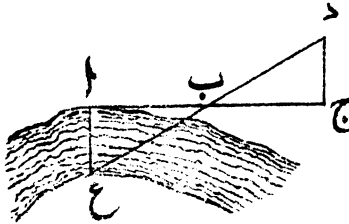
لیکن اد = ۱۰ کڑی، اج = ۱۷ کڑی، اب = ۱۴ کڑی

اع : ۱۰ کڑی = ۱۷ کڑی : ۱۴ کڑی

∴ اع = ۱۰ کڑی × ۱۷/۱۴

= ۱۷۰/۱۴ کڑی

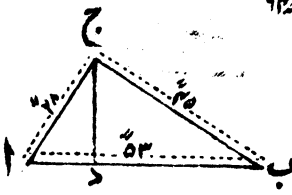
۱۲ اکڑی ½ =

مثال ۲۳:- کسی غیر ممکن العبور دریا کا عرض معلوم کرنا۔

دریا کے قریبی کنارہ کے کسی نقطہ ا سے جو دوسرے کنارہ کے کسی جسم ع کے عین مقابل ہے ایک خطِ مستقیم ا ب، ا ع پر علی القوائم کھینچو۔

ا ب کو ج تک اتنا بڑھاؤ
کہ ب ج = ا ب
ج سے ج د، ا ج پر عمود نکالو
ع ب کو یہاں تک بڑھاؤ
کہ ج د سے نقطہ د پر مل جائے۔
تب دو مثلثات ا ب ع،
ب ج د کلیتہً ایک دوسرے
کے مساوی ہیں   (اقلیدس مقالۂ اول شکل ۲۶)

∴ ج د = ا ع

لیکن دریا کو عبور کرنے کے بغیر ج د کو ناپ سکتے ہیں۔
اس طرح دریا کو عبور کرنے کے بغیر ا ع معلوم کیا جا سکتا ہے۔

مثال ۲۴:- ایک مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۲۸، ۴۵، اور ۵۳ انچ ہیں: زاویۂ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ا ب ج مثلث ہے اور ج د زاویۂ قائمہ سے وتر پر کا عمود ہے۔
اب مثلث ا ب ج، ب ج د، اور ا ج د تمام ایک دوسرے کے متشابہ ہیں۔
(اقلیدس مقالۂ ششم شکل ۸)

∴ ج د : ج ا = ب ج : ا ب .... دفعہ ۶۴
لیکن ج ا = ۲۸ انچ
ب ج = ۴۵ انچ
ا ب = ۵۳ انچ
∴ ج د : ۲۸″ = ۴۵″ : ۵۳″

$$\therefore \text{ج د} = \frac{۴۵ \times ۲۸}{۵۳} \text{ انچ}$$

$$= ۲۳\frac{۴۱}{۵۳} \text{ انچ}$$

امثلہ نمبری ۱۱ (۲)

۱ــــ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۱۳ انچ اور ۱۵ انچ ہیں؛ ایک ایسے متشابہ مثلث کا ارتفاع دریافت کرو جس کا قاعدہ ۹ انچ ہے۔

۲ــــ کسی مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۲ فٹ ۳ انچ اور ۳ فٹ ۹ انچ ہیں: ایک ایسے متشابہ مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا قاعدہ ۱ گز ہے۔

۳ــــ ایک آدمی کا قد ۵ فٹ ۱۰ انچ ہے۔ اگر اُس کے سایہ کا طول ۳ فٹ ۲ انچ ہوتا ہو تو بتاؤ کہ اُسی وقت اور اُسی مقام پر ۵ فٹ ۶ انچ قد کے آدمی کے سایہ کا طول کیا ہوگا ؟

۴ــــ اگر کسی مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۵، ۳۷ اور ۱۲ فٹ ہوں تو زاویۂ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۵ــــ اگر کسی مثلث قایم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۹ گز ۲ فٹ ۲ انچ، ۳ گز ۱ فٹ اور ۱۰ گز ۱۰ انچ ہوں تو زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۶ــــ کسی میدان کے نقشہ کا عرض ۱ فٹ ۸ انچ ہے؛ میدان کا عرض دریافت کرو اگر نقشہ ۴ فٹ = ۱ میل کے پیمانہ پر اُتارا گیا ہو۔

۷ــــ ایک نقشہ میں دو شہروں کے درمیان ۵۷٫۱ انچ کا فاصلہ ہے: اگر نقشہ ۰۷٫۱ میل = ایک انچ کے پیمانہ پر اُتارا گیا ہو تو شہروں کا درمیانی فاصلہ فی الحقیقت کیا ہوگا ؟

۸ــــ ایک نقشہ میں جو ۲۵۰ میل = ایک انچ کے پیمانہ پر اُتارا گیا ہے کسی ملک کا طول ۷٫۳ انچ ظاہر ہوتا ہے۔ بتاؤ کہ ایک دوسرے نقشہ پر اُس ملک کا کیا طول ظاہر ہوگا اگر یہ ۲۸۵ میل = ۱ انچ کے پیمانہ پر اُتارا گیا ہو ؟

۹ــــ ایک جھیل کا طول ۴ میل ہے اور ایک نقشہ میں اس کا طول ۰٫۵

انچ ظاہر ہوتا ہے۔ اُس کا عرض دریافت کرو جو اُسی نقشہ میں ۹۰۰ انچ معلوم ہوتا ہے۔

۱۰۔ کسی گرجا کے ایک ایسے مینار کی بلندی دریافت کرو جس کے سایہ کا طول ۱۳۳ فٹ ہوتا ہے اگر اُسی وقت اور اُسی مقام پر ۴ فٹ ۶ انچ لمبی چھڑی کے سایہ کا طول ۳ فٹ ۴ انچ ہوتا ہے۔

۱۱۔ ایک مثلث ا ب ج کے ضلع ا ب کے نقطہ د سے قاعدہ ب ج کے متوازی ایک خطِ مستقیم کھینچا گیا جو ضلع ا ج سے نقطہ ع پر ملتا ہے۔ د ع کا طول معلوم کرو اگر ا ب = ۱۴ کڑی، ب ج = ۱۰ کڑی اور ا د = ۹ کڑی۔

۱۲۔ سطحِ زمین کے قریب آنکھ رکھ کر ایک شخص ایسی وضع اختیار کرتا ہے کہ وہ ایک انتصابی چھڑی اور ایک بُرج کی چوٹی کو ایک خطِ مستقیم میں دیکھ سکتا ہے۔ اگر چھڑی کا طول ۵ فٹ ہو اور اگر وہ اُس شخص سے ۹ فٹ اور بُرج سے ۱۳۵ گز کے فاصلہ پر نصب کیجائے تو بُرج کی بلندی دریافت کرو۔

امثلہ نمبری ۱۱ (ب)

۱۳۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۲۴ اور ۱۹ راسی ہیں ایک ایسے متشابہ مثلث کا قاعدہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۱۵ لاٹھ ہے۔

۱۴۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۳ راسی ۱۲ لاٹھ اور ۵ راسی ۹ لاٹھ ہے: ایک ایسے متشابہ مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا قاعدہ ۷ راسی ہے۔

۱۵۔ اگر ایک قائم الزاویہ مثلث کے اضلاع ۴۸، ۵۵، اور ۷۳ لاٹھ ہوں تو زاویۂ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول معلوم کرو۔

۱۶۔ ایک مثلث کا احاطہ اور ارتفاع بالترتیب ۵ راسی اور ۱ راسی ۱۲ لاٹھ ہے؛ ایک ایسے متشابہ مثلث کا احاطہ معلوم کرو جس کے ارتفاع کا ناپ ۲ راسی ۹ لاٹھ ہے۔

سوالات امتحانات ۱۱ء

۱۔ ہندسہ کی مدد سے ایک ایسا عملی طریقہ بتاؤ جس کی مدد سے کسی دیے ہوئے مقام ب سے ایک ایسے جسم ا تک کا فاصلہ معلوم کیا جا سکتا ہے جس تک

پہنچنا ناممکن ہو: اپنے مطلب کو شکل سے واضح کرو۔ (جامعۂ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۲ــــ ایک شکلِ منحرف کا رقبہ ۳۰۰ مربع فٹ اور دو متوازی اضلاع بالترتیب ۱۲ اور ۸ فٹ ہیں۔ غیر متوازی خطوط بڑھائے جانے پر جس نقطہ پر ملیں گے وہاں سے بڑے متوازی تک کا عمودی فاصلہ معلوم کرو۔

(جامعۂ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۳ــــ ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۲۳ فٹ اور ایک ضلع ۹ گز ہے: زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

(جامعۂ پنجاب: مڈل اسکول)

۴ــــ ا ب اور ج د دو ڈنڈے ہیں جو زمین میں انتصاباً نصب کر دیے گئے ہیں: ا ب = ۱۰۰ فٹ اور ج د = ۵۰ فٹ۔ ڈوریوں کی مدد سے ا کو د سے اور ب کو ج سے ملا دیا گیا۔ ڈوریوں کا نقطۂ تقاطع ع پر ہوتا ہے: ب د سے ع کی بلندی دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائینل۔ صوبہ جات متحدہ)

۵ــــ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے۔ مرکز سے ۲۵ انچ کے فاصلہ پر کے ایک نقطہ سے دائرہ کے دو مماس کھینچے گئے ہیں۔ نقاطِ تماس کو ملانے والے وتر سے اس نقطہ تک کا فاصلہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائینل صوبہ جات متحدہ)

۶ــــ ایک مثلث کا قاعدہ = ا اور ارتفاع = ع، مثلث کے اندر اگر ایک مربع بنایا جائے تو اُس کا ضلع دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائینل۔ صوبہ جات متحدہ)

۷ــــ ایک شخص جو ایک گرجا کے مینار کی بلندی دریافت کرنا چاہتا ہے، مشاہدہ کرتا ہے کہ ۴ فٹ بلند قندیل کے ڈنڈے کو جو مینار کے قاعدہ سے ۸۴ فٹ ۹ انچ کے فاصلہ پر ہے اُن کے قاعدوں کو ملانے والے خط کی سیدھ میں قندیل سے پرے ۱۱ فٹ ۳ انچ کے فاصلہ سے اگر دیکھا جائے تو قندیل اور مینار کی چوٹیاں ایک ہی خطِ مستقیم میں نظر آتی ہیں: مینار کی بلندی کیا ہے۔؟

(رڑکی انجنیئر : داخلہ)

۸ — ایک خندق کی تراش کا عرض بالائی حصہ پر ۳۲ فٹ، تہ پر ۱۴ فٹ اور گہرائی ۸ فٹ ہے۔ اگر پانی کی سطح کا عرض ۲۶ فٹ ہو تو اسکی گہرائی کیا ہوگی؟

(رڑکی انجنیئر : داخلہ)

۹ — ذیل کے امور کو دریافت کرنے کے عملی طریقے بیان کرو۔ (۱) کسی دریا کا عرض اور (۲) دو نقاط کا درمیانی فاصلہ جن میں سے ایک بہت دور ہے اور اُس تک پہنچ نہیں سکتے۔

(رڑکی انجنیئر : داخلہ)

۱۰ — ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۱۶ اور ۲۰ فٹ اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۵ فٹ ہے۔ دوسرے دو اضلاع کو بڑھایا گیا یہاں تک کہ وہ ایک دوسرے سے مل گئے: نقطۂ تقاطع سے بڑے متوازی ضلع تک کا عمودی فاصلہ دریافت کرو۔ (رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۱ — ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۸ فٹ اور ۱۴ فٹ ہیں ان کے متوازی، شکل پر سے گزرتے ہوئے دو خطوطِ مستقیم کھینچے گئے اس طرح کہ چاروں خطوط مساوی الفصل ہیں: خطوطِ مستقیم کے طول دریافت کرو۔

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۲ — ایک مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۱۲ اور ۱۶ ہیں۔ اس کے اندر بنے ہوئے ایک ایسے مستطیل کے اضلاع کے طول مطلوب ہیں جس کا رقبہ مثلث کے رقبہ کا نصف ہے۔

(رڑکی انجنیئر : فائینل)

۱۳ — مقابل کے زاویہ سے عمود کھینچکر مثلث قائم الزاویہ کا وتر ایسے دو قطعات میں تقسیم کیا گیا جن کے طول بالترتیب ۳۰ اور ۲۰ فٹ ہیں۔ مثلث کے اضلاع اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(رڑکی انجنیئر : فائینل)

۱۴ — اگر کسی مثلث میں ایک ضلع ا (جو بڑے زاویہ کے مقابل ہے اگر

مثلث قائم الزاویہ یا منفرجہ الزاویہ ہو) اور مقابل کے زاویہ سے اس پر کا عمود ب دیے ہوئے ہوں تو ا اور ب کی رقوم میں ایک ایسے مربع کا رقبہ معلوم کرو جس کا ایک ضلع ا پر واقع ہے اور باقی دو زاویے مثلث کے دوسرے اضلاع پر ہیں۔

(رڑکی انجینیر: فائینل)

۱۵ــــــ ایک خندق کے پہلوؤں کے ڈھال بالترتیب ۵ میں ۲ اور ۷ میں ۲ ہیں اور بالائی حصہ پر اس کا عرض ۲۲ فٹ ہے۔ یہ فرض کر کے کہ اس کے رخ ہر بڑے قاعدہ پر ملتے ہیں اس کی تراش کا رقبہ معلوم کرو۔

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۱۶ــــــ مائل رخوں کے ایک تالاب میں سطح آب کا عرض ۸۰ ہاتھ ہوتا ہے جبکہ پانی کی گہرائی ۶ ہاتھ ہے۔ اور اگر پانی کی گہرائی دس ہاتھ ہو تو سطح آب کا عرض ۸۵ ہاتھ ہوتا ہے: عرض کیا ہو گا اگر پانی کی گہرائی ۱۲ ہاتھ ہو؟

(جامعۂ پنجاب۔ میٹری کیولیشن)

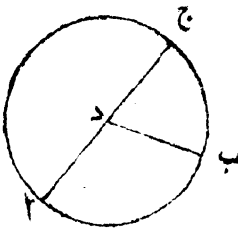
۱۷ــــــ ایک خاص فاصلہ پر نصف انچ لمبی سوئی سے اتنا ہی زاویہ بنتا ہے جتنا کہ $7\frac{1}{2}$ فٹ لمبی سلاخ سے ۰۰ اگز کے فاصلہ پر بنتا ہے: بتاؤ کہ مقام مشاہدہ سے سوئی کتنے فاصلہ پر ہے؟

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

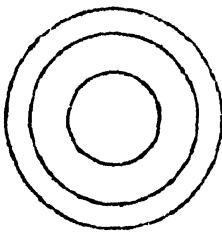
———o———

باب دوازدہم

دائرہ۔ محیط اور رقبہ

۶۸۔ ــــــ **دائرہ** ایسی شکل مستوی ہے جو ایک ہی خط سے (جسے محیط کہتے ہیں) گھری ہوئی ہو اور اس کے اندرونی ایک مخصوص نقطہ سے محیط تک کھینچے ہوئے تمام مستقیم خطوط ایک دوسرے کے مساوی ہوں۔

ج
د
ب
ا

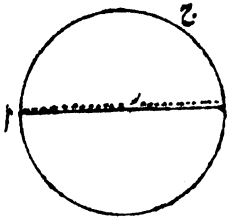
اس مخصوص نقطہ کو دائرہ کا **مرکز** کہتے ہیں۔

دائرہ کا **نصف قطر** ایک ایسا خطِ مستقیم ہے جو مرکز سے محیط تک کھینچا گیا ہو۔

دائرہ کا **قطر** ایک ایسا خطِ مستقیم ہے جو مرکز پر سے گزر کر دونوں طرف محیط تک پہنچے۔

پس دائرہ ا ب ج میں، ب د نصف قطر اور ا ج قطر ہے۔

ہم مرکز دائرے ایسے دائرے ہوتے ہیں جن کا مرکز ایک ہی ہوتا ہے (شکل ملاحظہ ہو)

۶۹۔ **مسئلہ (۱۴)**

دائرہ کا محیط معلوم کرنا جبکہ اُس کا قطر دیا ہوا ہو۔

فرض کرو کہ دائرہ ا ب ج کے قطر ا ب
کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر ہے۔
مطلوب یہ ہے کہ دائرہ ا ب ج کا محیط ب
ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

چونکہ دفعہ ۶۴ سے تمام دائرے متشابہ
شکلیں ہوتے ہیں اس لئے کسی دائرہ کے محیط
اور قطر میں مستقل نسبت ہوگی...... دفعہ ۶۵

اس نسبت کی قیمت متباین ہے یعنی اس کو اعداد میں ٹھیک ٹھیک
بیان نہیں کیا جاسکتا لیکن حسب خواہش اس کی قیمت اعشاریہ کے کسی
مقام تک صحیح نکالی جاسکتی ہے۔

عبرانی زبان کے حرف π (ہیت) سے اس نسبت کو تعبیر کیا جاتا ہے۔
اعشاریہ کے پانچ مقامات تک π کی صحیح قیمت ۳٫۱۴۱۵۹ ہے
لیکن عملی طور پر اس کو $\frac{22}{7}$ کے مساوی لیا جاتا ہے۔

اس طرح تمام دائروں میں

$$\frac{\text{محیط}}{\text{قطر}} = \pi$$

$$\therefore \frac{\text{دائرہ ا ب ج کا محیط}}{\text{ا ب}} = \pi$$

$$\therefore \text{دائرہ ا ب ج کا محیط} = \pi \times \text{ا ب}$$

$= \pi \times$ ر خطی اکائیاں

بس قاعدہ : دائرہ کے قطر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو π سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے محیط میں انھی طولی اکائیوں کی تعداد ظاہر کرتا ہے۔

یا مختصراً

دائرہ کا محیط = π × قطر

ط = ۲π × س .... (۱)

س = ط/۲π .... (۲)

۷۰- توضیحی مثالیں

مثال ۱- ایک ایسے دائرہ کا محیط دریافت کرو جس کے قطر کا ناپ ۲ گز ۱ فٹ ۹ انچ ہے (π = ۲۲/۷)

دائرہ کا محیط = π ق انچ .... دفعہ ۶۹

یہاں ق = ۷×۱۲+۹ = ۹۳ انچ

اور π = ۲۲/۷

∴ دائرہ کا محیط = ۲۲/۷ × ۹۳ انچ

= ۲۹۲ ۲/۷ انچ

= ۸ گز ۰ فٹ ۴ ۲/۷ انچ

مثال ۲:- ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کے محیط کا ناپ ۱۰۰ زنجیر ہے (π = ۲۲/۷)

دائرہ کا قطر = ط/π زنجیر .... دفعہ ۶۹

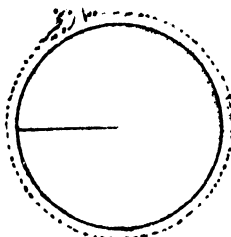
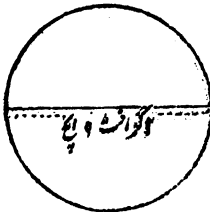
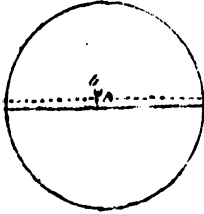
یہاں ط = ۱۰۰ زنجیر

اور π = ۲۲/۷

∴ دائرہ کا قطر = ۷/۲۲ × ۱۰۰ زنجیر

اور دائرہ کا نصف قطر = ۱/۲ قطر

∴ دائرہ کا نصف قطر = ۷/۲۲ × ۵۰ زنجیر

= ۱۵ ۵/۱۱ زنجیر

مثال ۴۳:۔ بتاؤ کہ نصف میل کا فاصلہ طے کرنے میں ایک پہیہ کتنی گردشیں کرے گا اگر اس کا قطر ۲۸ انچ ہو؟ ($\pi = \frac{۲۲}{۷}$)

پہیے کا محیط = ۲π ر خطی اکائیاں ... دفعہ ۶۹

یہاں $\pi = \frac{۲۲}{۷}$ ، ۲ر = ۲۸ انچ

∴ پہیہ کا محیط = $\frac{۲۲}{۷}$ × ۲۸ انچ

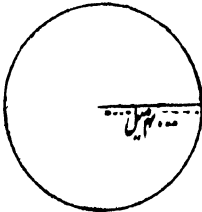
= ۸۸ انچ

∴ نصف میل طے کرنے میں گردشوں کی تعداد } = $\frac{\text{نصف میل}}{\text{۸۸ انچ}}$

= $\frac{\text{۸۸۰ × ۳ × ۱۲ انچ}}{\text{۸۸ انچ}}$ = ۳۶۰

مثال ۴۴:۔ زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل فرض کیا جائے تو بتاؤ کہ ۱۰ میل فی گھنٹہ کی اوسط رفتار سے کوئی شخص خط استوا کے گرد کتنی مدت میں سفر کرے گا۔

خط استوا کا طول = ۲π ر خطی اکائیاں ....

.... دفعہ ۶۹

یہاں ۲ر = ۲ × ۴۰۰۰ میل

اور $\pi = \frac{۲۲}{۷}$

∴ خط استوا کا طول = $\frac{۲۲}{۷}$ × ۸۰۰۰ میل

∴ مطلوبہ مدت = $\frac{۸۰۰۰ \times ۲۲}{۱۰ \times ۷}$ گھنٹہ

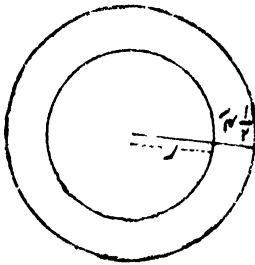
= $\frac{۸۰۰۰ \times ۲۲}{۲۴ \times ۱۰ \times ۷}$ دن

= ۱۰۴ دن ۱۸ گھنٹہ $۱۷\frac{۱}{۷}$ منٹ

مثال ۴۵:۔ دو پہیوں کی ایک گاڑی کو ایک دائرہ کے گرد چلانے میں معلوم ہوا کہ اندرونی پہیہ کی ایک گردش جتنی مدت میں ہوتی ہے بیرونی پہیہ اتنی ہی مدت میں $۱\frac{۱}{۴}$ گردشیں کرتا ہے؛ دونوں پہیوں کا درمیانی فاصلہ ۴ فٹ ۶ انچ ہے: اگر ہر ایک

پہیہ کا قطر ۳ فٹ ہو تو بیرونی پہیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط دریافت کرو۔

بیرونی دائرہ کا محیط:
اندرونی دائرہ کا محیط } $= ۱\frac{۳}{۴} : ۱$

$= ۷ : ۴$

اب اگر اندرونی دائرہ کا نصف قطر ر فٹ ہو بیرونی دائرہ کا نصف قطر (ر + $۴\frac{۱}{۲}$) فٹ ہوگا۔

∴ ۲ ۲۲ (ر + $۴\frac{۱}{۲}$) : ۲ ۲۲ ر

$= ۷ : ۴$ ...... دفعہ ۶۹

یا ۴ (ر + $۴\frac{۱}{۲}$) = ۷ ر

یا ر = ۶

∴ بیرونی دائرہ کا نصف قطر = (۶ + $۴\frac{۱}{۲}$) فٹ

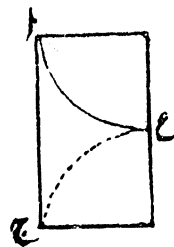
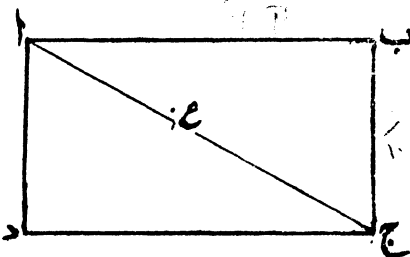
$= ۱۰\frac{۱}{۲}$ فٹ

اس لئے ۔۔۔

بیرونی پہیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط = ۲ × ۲۲ × $۱۰\frac{۱}{۲}$ فٹ

$= ۲ \times \frac{۲۲}{۷} \times \frac{۲۱}{۲}$ فٹ

= ۶۶ فٹ

مثال ۱۹:- کسی مکان کی پیچ نما سیڑھیوں کے حلقہ کا قطر ۶ فٹ ہے اور اوپر کے فرش تک اُس کی بلندی ۳۵ فٹ ہے۔ اگر کٹہرے سے $۳\frac{۱}{۲}$ گردشیں بنتی ہیں تو طول معلوم کرو ($۲۲ = \frac{۲۲}{۷}$)

مستطیل ا ب ج د پر غور کرو اور فرض کرو کہ ا ب کا ناپ ۶ × π فٹ اور ب ج کا ناپ (۳۵ ÷ ۳½) فٹ = ۱۰ فٹ ہے۔

اگر اس کو موڑ کر ایک کھوکھلا اُسطوانہ بنایا جائے تو وتر ا ج سے اُسطوانہ کے گرد ایک کامل گردش بنیگی۔

اس لئے اگر اس اُسطوانہ سے سیڑھیوں کی تراش ظاہر ہوتی ہو تو خط ا ج بلحاظ طول اور وضع کے کٹہرے کے متناظر ہوگا۔

اب بروے سوال دستی سلاخ سے ۳½ گردشیں بنتی ہیں

∴ دستی سلاخ کا مجموعی طول = ا ج کا طول × ۳½

= √(ا ب² + ب ج²) × ۳½ .... دفعہ ۱۶

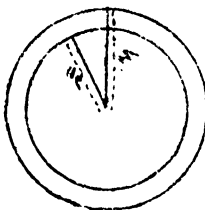
= √(۳۶ π² + ۱۰۰) × ۳½ فٹ

= √(۳۶ × (۲۲)² / ۴۹ + ۱۰۰) × ۳½ فٹ

= ½ √۲۲۳۲۴ فٹ

= ½ × ۱۴۹٫۴۱۲..... فٹ

= ۷۴٫۷۰۶ فٹ

مثال ۷: ایک گھڑی کی سوئیوں کے طول بالترتیب ۶ انچ ۴ انچ ہیں تو ۳ مارچ ۱۱ بجے صبح سے ۵ مئی ۹ بجے صبح تک سوئیوں کے سروں سے طے شدہ فاصلوں کا فرق دریافت کرو (π = ۲۲/۷)

۳ مارچ ۱۱ بجے صبح سے ۵ مئی ۹ بجے صبح تک کا وقفہ } = ۶۲ دن ۲۲ گھنٹے

= ۱۵۱۰ گھنٹے

اب گھنٹہ کی سوئی ۱۲ گھنٹوں میں ایک کامل گردش کرتی ہے اس لئے معلوم ہوا

وقفہ میں گھنٹہ کی سوئی $\frac{۱۵۱۰}{۱۲}$ کامل گردشیں اور منٹ کی سوئی ۱۵۱۰ کامل گردشیں کرے گی۔

∴ گھنٹہ کی سوئی کے انتہائی نقطہ سے طے شدہ مجموعی فاصلہ $= ۲\pi \times ۴ \times \frac{۱۵۱۰}{۱۲}$ انچ

اور منٹ کی سوئی سے طے شدہ فاصلہ $= ۲\pi \times ۶ \times ۱۵۱۰$ انچ

∴ مطلوبہ فرق $= ۲\pi \times ۱۵۱۰ \left(۶ - \frac{۱}{۳}\right)$ انچ

$= \frac{۱۷ \times ۱۵۱۰ \times ۲۲ \times ۲}{۳ \times ۷}$ انچ

$= ۵۳۷۸۴٫۷۶......$ انچ

مثال ۸:- ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اگر ایک مستدیر میدان کو براہِ محیط عبور کرنے کے بجائے براہ قطر عبور کرنے میں ایک شخص کو نصف منٹ کم لگتا ہے۔ تو میدان کا محیط دریافت کرو $\left(\pi = \frac{۲۲}{۷}\right)$

فرض کرو کہ محیط کا ناپ لا گز ہے

تب قطر کا ناپ $\frac{\text{لا}}{\pi}$ گز ہوگا .... دفعہ ۶۹

$= \frac{۷\text{لا}}{۲۲}$ گز

اب وہ شخص ۱۷۶۰ × ۴ گز چلتا ہے ۶۰ منٹ میں

∴ 〃 $\frac{\text{لا}}{۲}$ 〃 $\frac{\text{لا} \times ۶۰}{۲ \times ۱۷۶۰ \times ۴}$ منٹ

∴ 〃 $\frac{۷\text{لا}}{۲۲}$ 〃 $\frac{۷\text{لا} \times ۶۰}{۲۲ \times ۱۷۶۰ \times ۴}$ منٹ

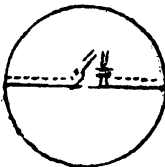
لیکن ان دونوں وقفوں کا فرق نصف منٹ ہے۔

$$\therefore \frac{\text{لا} \times ۶۰}{۲ \times ۱۷۶۰ \times ۴} = \frac{۷\text{لا} \times ۶۰}{۲۲ \times ۱۷۶۰ \times ۴} + \frac{۱}{۲}$$

$$\therefore \frac{۳\text{لا}}{۱۷۶ \times ۴} = \frac{۲۱\text{لا}}{۲۲ \times ۸۸ \times ۴} + \frac{۱}{۲}$$

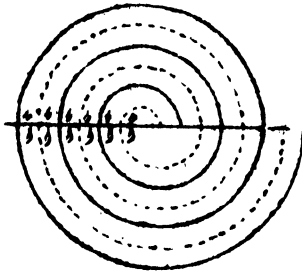
$$\therefore ۳۳\text{لا} = ۲۱\text{لا} + ۳۸۷۲$$

∴ ۱۲ لا = ۳۸۷۲

∴ لا = ۳۲۲ $\frac{۲}{۳}$

∴ میدان کے محیط کا ناپ ۳۲۲ $\frac{۲}{۳}$ گز ہے۔

مثال ۹:- ایک کال لچکدار موٹی رسّی (جسکی عمودی تراسش کا قطر ۲ و ہے) کا چُھلّا بنایا گیا ہے اور چھلّے میں ن کال چکر ہیں۔

ثابت کرو کہ رسی کا طول = ۲ط ن (۲ ن + ۱) انچ

اگر شکل سے رسی کا چُھلّا تعبیر ہوتا ہو تو نقطہ دار خط سے رسّی کا طول تعبیر ہو سکتا ہے۔ لیکن یہ نصف دائروں کے ایک سلسلہ پر مشتمل ہے یعنی

(۱) ۲ و انچ قطر کا ایک نصف دائرہ
(۲) ۴ و " " "
(۳) ۶ و " " "
(۴) ۸ و " " "
وغیرہ وغیرہ

اس لئے ــــ

رسی کا طول = ط و انچ + ط ۲ و انچ + ط ۳ و انچ + ... + ط ۲ ن و انچ ... دفعہ ۲۹

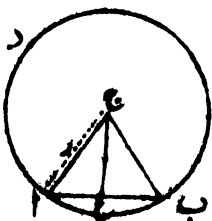
= ط و (۱ + ۲ + ۳ + ... + ۲ ن) انچ

= ط و $\frac{۲ ن}{۲}$ (۲ ن + ۱) انچ

= ط و ن (۲ ن + ۱) انچ

مسئلہ ۱۵

۷۱ -

دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا نصف قطر دیا ہوا ہو۔

فرض کرو کہ دائرہ ا ب د کے نصف قطر

ج ا کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر ہے ۔
دائرہ ا ب د کا رقبہ ر کی رقوم میں دریافت کرنا مطلوب ہے ۔
فرض کرو کہ دائرہ اب د کے اندر بنی ہوئی ن اضلاع کی ایک منتظم کثیر الاضلاع کا ایک ضلع ا ب ہے ۔
دائرہ کے مرکز ج سے ا ب پر ج ع عمود نکالو اور ج ب کو ملاؤ ۔
تب
کثیر الاضلاع کا رقبہ = ن × $\frac{\text{ا ب × ج ع}}{۲}$ .... دفعہ ۴۴

= $\frac{\text{ن × ا ب}}{۲}$ × ج ع

= $\frac{1}{2}$ (کثیر الاضلاع کا احاطہ) × اندرونی دائرہ کا نصف قطر

لیکن جیسے جیسے کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد بڑھتی جاتی ہے ویسے اس کا رقبہ دائرہ ا ب د کے رقبہ کے قریب تر ہوتا جاتا ہے اور انتہا میں جب کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد لا انتہا بڑھا دی جائے تو اس کا رقبہ دائرہ ا ب د کے رقبہ کے برابر اور اس کا احاطہ دائرہ ا ب د کے محیط کے برابر اور اندرونی دائرہ کا نصف قطر دائرہ ا ب د کے نصف قطر کے برابر ہو جائے گا ۔
اس لیے ۔
دائرہ ا ب د کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (دائرہ ا ب د کا محیط) × (دائرہ ا ب د کا نصف قطر)
لیکن دائرہ ا ب د کا محیط = ۲ π ر طولی اکائیاں ...... دفعہ ۶۹
∴ دائرہ ا ب د کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ۲ π ر × ر مربع اکائیاں
= π ر۲ مربع اکائیاں

پس قاعدہ ۔
دائرہ کے نصف قطر میں طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کو π سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب رقبہ میں متناظر مربع

اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

یا مختصراً

دائرہ کا رقبہ = π (نصف قطر)^2

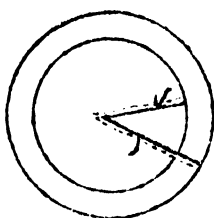
ق = π ر^2 .... (۱)

اسلئے ر = $\sqrt{\frac{ق}{\pi}}$ .... (۲)

۷۲۔ اگر ایک مسطح مستدیر حلقہ کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر بالترتیب ر اور ما ہوں تو ظاہر ہے کہ

حلقہ کا رقبہ = (π ما^2 - π ر^2) مربع اکائیاں

= π (ما^2 - ر^2) مربع اکائیاں

= π (ما - ر)(ما + ر) مربع اکائیاں

۷۳۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱:- ایک ایسے دائرہ کا رقبہ معلوم کرو جس کے نصف قطر کا ناپ ۶ فٹ ۳ انچ ہے (π = $\frac{22}{7}$)

دائرہ کا رقبہ = π ر^2 مربع اکائیاں .... دفعہ ۷۱

یہاں ر = ۶ × ۱۲ + ۳ = ۷۵

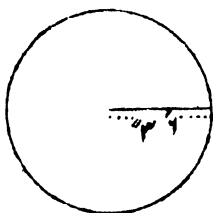
اور π = $\frac{22}{7}$

∴ دائرہ کا رقبہ $\frac{22}{7}$ × (۷۵)^2 مربع انچ

= $\frac{123750}{7}$ مربع انچ

= ۱۷۶۷۸ $\frac{4}{7}$ مربع انچ

= ۱۲۲ مربع فٹ ۱۱۰ $\frac{4}{7}$ مربع انچ

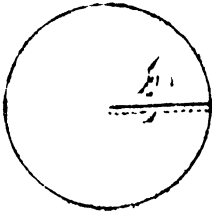
مثال ۲:- قریب ترین انچ تک ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ ۱ ایکڑ ہے۔ (π = $\frac{22}{7}$)

دائرہ کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{ق}{\pi}}$ اکائیاں .... دفعہ ۷۱

یہاں ق = ۴۸۴۰ مربع گز

اور $\pi = \frac{22}{7}$

∴ دائرہ کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{4840 \times 7}{22}}$ گز

= $\sqrt{1540}$ گز

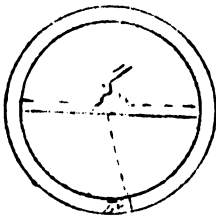
= ۳۹.۲۴۲.... گز

= ۳۹ گز ۰ فٹ ۹ انچ تقریباً

مثال ۳:- ۱۲۰ گز قطر والے دائری وضع کے ایک قطعہ زمین کے گرد ۱۴ فٹ عرض کا راستہ بنا ہوا ہے۔ راستہ کا رقبہ دریافت کرو۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

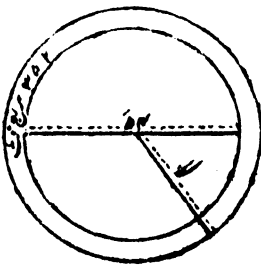
اندرونی دائرہ کا نصف قطر = ۳×۶۰ = ۱۸۰ فٹ

بیرونی دائرہ کا نصف قطر = (۱۸۰ + ۱۴)

= ۱۹۴ فٹ

∴ راستہ کا رقبہ = $\pi(194 - 180) \times (194 + 180)$ مربع فٹ .... دفعہ ۷۲

= $\frac{22}{7} \times 14 \times 374$ مربع فٹ

= ۱۶۴۵۶ مربع فٹ

= ۱۸۲۸ مربع گز ۴ مربع فٹ

مثال ۴:- ایک دائری وضع کی عمارت کا اندرونی قطر ۴۲ فٹ ہے اور دیوار کا قاعدہ ۲۵۲ مربع فٹ جگہ گھیرے ہوئے ہے۔ دیوار کی موٹائی معلوم کرو۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

فرض کرو ل فٹ = عمارت کا بیرونی نصف قطر

تب دیوار کے قاعدے سے گھری ہوئی جگہ

$= \frac{۲۲}{۷} \{لا^۲ - (۲۷)^۲\}$ مربع فٹ .... دفعہ ۲

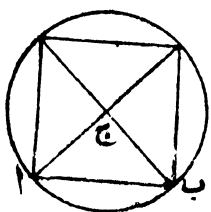
$\therefore \frac{۲۲}{۷} \{لا^۲ - (۲۷)^۲\} = ۳۵۲$

$\therefore لا^۲ = \frac{۷ \times ۳۵۲}{۲۲} + (۲۷)^۲$

$= ۸۴۱$

$\therefore لا = ۲۹$

اس لئے دیوار کی موٹائی = ۲ فٹ

مثال ۵: ایک دائرہ کا رقبہ ۱۵۴ مربع انچ ہے: اُس کے اندر بنے ہوئے مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو ($\pi = \frac{۲۲}{۷}$)

دائرہ کا نصف قطر $= \sqrt{\frac{ق}{\pi}}$ انچ .... دفعہ ۱۷

جہاں ق = ۱۵۴

$\pi = \frac{۲۲}{۷}$

$\therefore$ دائرہ کا نصف قطر $= \sqrt{\frac{۷ \times ۱۵۴}{۲۲}}$ انچ

$= ۷$ انچ

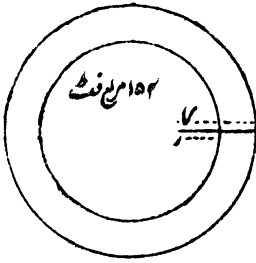
اب ا ب ج ایک ایسا متساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ ہے جس میں ا ج $= ۷$ انچ

$\therefore$ ا ب $= ۷\sqrt{۲}$ انچ .... دفعہ ۱۷

$= ۷ \times ۱٫۴۱۴...$ انچ

$= ۹٫۸۹...$ انچ

مثال ۶: دو ہم مرکز دائروں کے رقبے بالترتیب ۱۵۴ مربع انچ اور ۳۰۸ مربع انچ ہیں: حلقہ کی موٹائی دریافت کرو۔ ($\pi = \frac{۲۲}{۷}$)

بڑے دائرے کا نصف قطر $= \sqrt{\frac{ق}{\pi}}$ انچ .... دفعہ ۱۷

جہاں ق = ۳۰۸

$\pi = \frac{۲۲}{۷}$

∴ بڑے دائرہ کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{۷ \times ۳۰۸}{۲۲}}$ انچ

= $\sqrt{۷ \times ۱۴}$ انچ

= $۷\sqrt{۲}$ انچ

چھوٹے دائرہ کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{ق}{\pi}}$ انچ ..... دفعہ ۷۱

یہاں ق = ۱۵۴

$\pi = \frac{۲۲}{۷}$

∴ چھوٹے دائرہ کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{۷ \times ۱۵۴}{۲۲}}$ انچ

= ۷ انچ

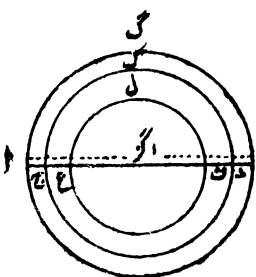
∴ حلقہ کی موٹائی = $(۷\sqrt{۲} - ۷)$ = ۲٫۸۹۹ انچ

مثال ۷:- اگر ۳ آدمی مل کر ۱ گز قطر کا ایک سان پتھر خریدیں تو بتاؤ کہ ہر شخص کتنے انچ قطر گھس کر خرچ کر سکتا ہے؟

اگر ا گ ب سنگ سان کی ایک تراش کو تعبیر کرتا ہو تو ا ب قطر ہوگا۔

دائرہ ا گ ب کا رقبہ = π ر^{۲} مربع اکائیاں .... دفعہ ۷۱

جہاں ر = $\frac{۳۶}{۲}$ = ۱۸ انچ

∴ دائرہ ا گ ب کا رقبہ = $\pi (۱۸)^{۲}$ مربع انچ

∴ اس حصہ کا رقبہ جو ہر ایک آدمی کو گھسنا چاہیے = $\frac{۱}{۳} \pi (۱۸)^{۲}$ مربع انچ

∴ دائرہ ع ل ف کا رقبہ = $\frac{۱}{۳} \pi (۱۸)^{۲}$ مربع انچ

یعنی $\frac{۱}{۴} \pi$ ع ف^{۲} = $\frac{۱}{۳} \pi (۱۸)^{۲}$ مربع انچ

ع ف = √۴۳۲ انچ

= ۲۰ء۷۸۴...... انچ

پھر اندرونی حلقہ کا رقبہ = ۱/۴ π (ج د² − ع ف²) = ۱/۴ π (۱۸)² مربع انچ... وغیرہ

∴ ۱/۴ (ج د² − ۴۳۲) = ۱/۴ (۱۸)² مربع انچ

∴ ج د² = ۷۵۶ مربع انچ

∴ ج د = √۷۵۶ انچ

= ۲۷ء۴۹۵...... انچ

اور ج ع + ف د = ج د − ع ف

∴ ج ع + ف د = (۲۷ء۴۹۵...... − ۲۰ء۷۸۴......) انچ

= ۶ء۷۱ انچ تقریباً

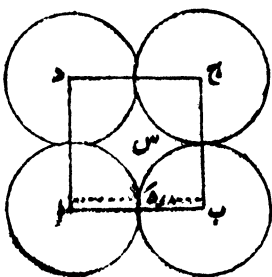
نیز —

ا ج + د ب = ا ب − ج د

= (۳۶ − ۲۷ء۴۹۵) انچ

= ۸ء۵۰ انچ تقریباً

پس ہر ایک آدمی بالترتیب تقریباً ۸ء۵۰، ۶ء۷۱، ۶ء۷۱ انچ اور ۲۰ء۷۸۴ انچ قطر گھسنے کا حقدار ہے۔

مثال ۲۳:۔ ایک مربع کے چاروں کونوں کے گرد چار مساوی دائرے اس طرح کھینچے گئے ہیں کہ ہر ایک بقیہ میں سے ۲ کو مس کرتا ہے: دائروں کے محیطوں کی درمیانی جگہ کا رقبہ دریافت کرو اگر مربع کے ہر ضلع کا ناپ ۵ء۸ فٹ ہے (π = ۲۲/۷)

چونکہ مربع کا ہر ایک ضلع = ۵ء۸ فٹ

∴ ہر ایک دائرہ کا نصف قطر = ۲ء۹ فٹ

∴ ہر دائرہ کے ایک ربع کا رقبہ = ¼ × π × (۲ء۹)² مربع فٹ .... دفعہ ۱۷۹
اب محیطوں سے گھری ہوئی جگہ س کا رقبہ = مربع کا رقبہ - ۴ × کسی دائرہ کے ایک ربع کا رقبہ

= (۵ء۸)² مربع فٹ - π × (۲ء۹)² مربع فٹ ..... دفعہ ۹
= ۳۳ء۶۴ مربع فٹ - ۲۶ء۴۳ مربع فٹ
= ۷ء۲ مربع فٹ تقریباً

امثلہ نمبری (۱۲)

محیط

(π = ۲۲/۷)

دائروں کے محیط معلوم کرو جن کے قطر حسب ذیل ہیں:-

۱۔۔۔ ۲۱ انچ ۲۔۔۔ ۱۸ گز ۲ فٹ ۳۔۔۔ ۱۷ گز ۲ فٹ ۸ انچ
۴۔۔۔ ۲۳ زنجیر ۲۵ کڑی

دائروں کے قطر دریافت کرو جن کے محیط حسب ذیل ہیں:-

۵۔۔۔ ۸۸ انچ ۶۔۔۔ ۱۴ گز ۲ فٹ ۷۔۔۔ ۶۸ گز ۱ فٹ ۴ انچ
۸۔۔۔ ۴۴ زنجیر ۲۴ کڑی

۹۔۔۔ ایک گاڑی کے پہیہ کا قطر ۳۰ انچ ہے۔ بتاؤ ۲۱۰۰ گردشیں کرنے کے لئے اُسے کتنی مسافت طے کرنا چاہیے؟

۱۰۔۔۔ ۱۲ آنہ فی گز کے حساب سے ایک ایسے مستدیر قطعہ گھانس کی احاطہ بندی کی لاگت معلوم کرو جس کا نصف قطر ۵۶ فٹ ہے۔

۱۱۔۔۔ اُس مربع کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کا احاطہ ایک ایسے دائرہ کے محیط کے برابر ہے جس کا قطر ۴۲ انچ ہے۔

۱۲ــــ بائیسکل کو کس رفتار سے چلانا چاہیے تاکہ اُس کا پہیہ جس کا قطر ۲۸ انچ ہے ہر ۵ منٹ میں ۲۴۰ ۵ گردشیں کرے؟

۱۳ــــ ایک مستدیر حلقہ کی دبازت معلوم کرو اگر اندرونی اور بیرونی محیطوں کے ناپ بالترتیب ۴ انچ اور ۵ انچ ہیں -

۱۴ــــ اگر یہ فرض کیا جائے کہ زمین آفتاب کے گرد ایک دائرہ میں حرکت کرتی ہے اور اگر زمین آفتاب سے ...... ۹۵ میل کے فاصلہ پر ہو تو معلوم کرو کہ نصف سال میں زمین نے کتنا فاصلہ طے کیا۔

۱۵ــــ کسی بائیسکل کے ایک پہیہ کا قطر دوسرے پہیہ کے قطر سے بقدر ۲ انچ زیادہ ہے اور ایک میل کی مسافت طے کرنے میں معلوم ہوا کہ پہلے پہیہ نے دوسرے سے ۴۸ گردشیں کم کیں؛ ہر ایک پہیہ کا قطر دریافت کرو

۱۶ــــ ایک گھڑی کی سوئیوں کے طول بالترتیب ۴ انچ اور ۳ انچ ہیں ۲ دن ۶ گھنٹوں میں اُن کے سروں سے طے شدہ فاصلوں کا فرق معلوم کرو۔

۱۷ــــ ایک دائری ریلوے کی پٹڑیوں کی درمیانی مسافت ۵ فٹ ۶ انچ ہے بیرونی پہیوں میں سے ہر ایک ۱۰۰۰۰ گردشیں کرتا ہوا معلوم ہوا جبکہ اندرونی پہیوں میں سے ہر ایک ۹۹۹۸ گردشیں کرتا ہے۔ اندرونی پہیوں سے بننے والے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

رقبہ

($\pi = \frac{22}{7}$)

دائروں کے رقبے دریافت کرو جن کے نصف قطر حسب ذیل ہیں۔

۱۸ــــ ۱۴ گز ۱۹ــــ $10\frac{1}{2}$ انچ ۲۰ــــ ۱ فٹ ۲ انچ ۲۱ــــ ۹ گز ۱ فٹ

۲۲ــــ ۲ گز ۱ فٹ ۱ انچ ۲۳ــــ ۴ زنجیر ۲ کڑی ۲۴ــــ ۲ پول ۴ گز

۲۵ــــ ۴ زنجیر ۷ کڑی

دائروں کے نصف قطر دریافت کرو جن کے رقبے حسب ذیل ہیں۔

۲۶ — ۱۵۴ مربع گز ۲۷ — ۴۶۲ مربع انچ ۲۸ — ۱ مربع فٹ ۱۰۰ مربع انچ

۲۹ — ۰ر۱۵۴ مربع زنجیر

۳۰ — ۱۵۰ روپیہ فی ایکڑ کے حساب سے ایک دائرہ نما میدان کا کرایہ ۴۶۲۰ روپیہ ہے بتاؤ کہ اس کا قطر کتنے زنجیر ہے؟

۳۱ — دھات کے ایک مستدیر ٹکڑے کی قیمت ۷۷ روپے اور اُس کا نصف قطر ۱ فٹ ۹ انچ ہے: اس کی قیمت فی مربع انچ کیا ہے؟

۳۲ — ایک دائری میدان کا قطر ۴۹ فٹ ہے۔ ۱۲ آنے مربع گز کے حساب سے اِس میں گھانس لگوانے کی اجرت معلوم کرو۔

۳۳ — ۱۵ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایک ایسے دائرہ نما میدان کا کرایہ دریافت کرو جس کے قطر کا ناپ ۸۴۰ گز ہے۔

۳۴ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ فٹ ہے: دوسرے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ اس دائرہ کے رقبہ کا ایک تہائی ہے

۳۵ — دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اگر اس کا محیط ایک میل ہے۔

۳۶ — ۶ آنے فی مربع گز کے حساب سے قریب ترین آنہ تک ایک ایسے دائری وضع کے قطعۂ گھانس کے گرد ۴ فٹ مستقل عرض کا راستہ بنوانے کی اجرت معلوم کرو جس کا قطر ۴۲ فٹ ہے۔

۳۷ — ایک حلقہ کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر بالترتیب ۲۴ اور ۲۵ فٹ ہیں: اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۸ — ایک حلقہ کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ۲۱ انچ ہے: اندرونی دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو اگر حلقہ کا رقبہ [illegible]۲۶ مربع انچ ہو۔

۳۹ — ایک ایسے دائرہ کا محیط معلوم کرو جس کا رقبہ ۱ ایکڑ ہے۔

۴۰ — اُس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ وہی ہے جو ایک ایسے مستطیل کا رقبہ ہے جس کے ابعاد ۱۳۲ فٹ و ۶۴ فٹ ہیں۔

۴۱ — اُس مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ وہی ہے جو ایک ایسے دائرہ کا رقبہ ہے جس کا نصف قطر ۷ فٹ ہے۔

۴۲ ـــــ ایک مربع کا ضلع ۴۲ انچ ہے؛ مربع اور اس کے اندرونی دائرہ کی درمیانی فضا کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۳ ـــــ ایک ایسی رسی کا طول دریافت کرو جس سے ایک گھوڑا اس طرح باندھا گیا ہو کہ وہ ۲۲۰۰ مربع گز رقبہ پر گھانس کھا سکے۔

۴۴ ـــــ ایک دائرہ کا محیط ایک مثلث متساوی الاضلاع کے احاطہ کے برابر ہے: ان کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

۴۵ ـــــ ایک دائرہ کا رقبہ ایک مربع کے رقبہ کے مساوی ہے: اُن کے احاطوں کا مقابلہ کرو۔

سوالات امتحانات ۱۲

جب تک کہ خاص طور سے ذکر نہ ہو π = ۲۲/۷ فرض کیا جائے

۱۔ اگر یہ فرض کیا جائے کہ دائرہ کا محیط اُس کے قطر کا ۳ ۱/۷ گنا ہوتا ہے تو ایک ایسے دائرہ کا محیط معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۳۸۶ مربع فٹ ہے۔

(جامعۂ الہ آباد میٹرکیولیشن)

۲ ـــــ ۴۰ فٹ نصف قطر کا ایک دائرہ نما گھانس کا قطعہ مستقل چوڑائی کے راستہ سے گھرا ہوا ہے: راستہ کا عرض دریافت کرو اگر گھانس کا رقبہ راستے کے رقبہ کے مساوی ہو۔

(جامعۂ الہ آباد میٹریکیولیشن)

۳ ـــــ ایک دائرہ کے رقبہ میں سے دوسرے دائرہ کا رقبہ تفریق کرنے کے عمل کے بغیر کسی اور طریقہ سے ایک ایسے حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔ جس کے بیرونی اور اندرونی نصف قطر بالترتیب ۳ گز اور ۵ فٹ ہیں۔

(جامعۂ پنجاب: میٹرکیولیشن)

۴ ـــــ اعشاریہ کے تین مقامات تک ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جو ایک ایکر رقبہ کو احاطہ کرسکتا ہے۔ (ایضاً)

۵ —— ۳ شلنگ ۴ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ۸۰ فٹ قطر کے ایک دائری صحن میں اس طرح پتھر بچھوانے کی اُجرت دریافت کرو کہ اسکے وسط میں ۱ گز ضلع کے مسدسی وضع کے حوض کے لئے جگہ چھوٹ جائے۔
(π = ۳٫۱۴۱۶)　　　(جامعۂ پنجاب : میٹرک کیولیشن)

۶ —— ایک مستطیلی میدان کا رقبہ ۳/۵ ایکر اور طول اس کے عرض کا دوچند ہے: اُس کے ضلعوں کے طول تقریباً دریافت کرو۔　　　(ایضاً)

اگر ایک ٹٹو اُس میدان کے بڑے ضلعوں میں سے کسی ایک کے وسطی نقطہ پر باندھا جائے تو اعشاریہ کے دو مقامات تک صحیح طور پر رسی کا طول گزوں میں دریافت کرو تاکہ وہ نصف میدان پر چر سکے (π = ۳٫۱۴۱۶)
(ایضاً)

(جامعۂ پنجاب : مڈل اسکول)

۷ —— ایک دائرہ کا رقبہ ۳۸۵ ایکر ہے: اِس کا محیط دریافت کرو۔

۸ —— دو دائروں کے نصف قطر بالترتیب ۶ اور ۸ فٹ ہیں: ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ ان دونوں دائروں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

۹ —— یہ فرض کرکے کہ دائرہ کا محیط اُس کے قطر کا ۳٫۱۴۱۶ گُنا ہوتا ہے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر اعشاریہ کے چار مقامات تک دریافت کرو جس کا محیط ۲ فرلانگ اور ۶۰ گز ہے۔

۱۰ —— ایک حلقہ کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ۲۴۳ فٹ اور اندرونی دائرہ کا نصف قطر اُس کا نصف ہے۔ حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۱ —— ایک دائرہ کا رقبہ ۵۰ مربع گز ہے: نصف قطر دریافت کرو۔

۱۲ —— ایک مستدیر قطعۂ گھانس کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ بیرونی محیط ۵۰۰ گز اور اندرونی محیط ۳۰۰ گز ہے: سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ : میٹرک کیولیشن)

۱۳ —— ایک دائرہ کا محیط ۱۰۰ فٹ ہے: اس کے اندرونی مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ محیط اور قطر کا تناسب ۳٫۱۴۱۵۹ : ۱ ہے (جواب

اعشاریہ کے دو مقامات تک صحیح مطلوب ہے)۔

۱۴- ایک دو پہیہ گاڑی جس کے محور کا طول ۴ فٹ ہے ایک دائرہ کے گرد چلائی جاتی ہے - بیرونی پہیہ اندرونی پہیہ کی ہر ایک گردش کے لئے ڈیڑھ گردش کرتا ہے - ہر ایک پہیہ ۳ فٹ بلند ہے؛ بیرونی پہیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط کیا ہوگا؟

۱۵- ایک دائرہ نما قطعۂ گھانس پر سے قطراً چلکر ایک آدمی معلوم کرتا ہے کہ اس طرح چلنے میں اس وقفہ سے ۴۵ سکنڈ کم صرف ہوتے ہیں جو باہر کے رخ گول راستہ اختیار کرنے میں صرف ہوتا: اگر وہ آدمی ۸۰ گز فی منٹ چلتا ہو تو قطعۂ گھانس کا قطر کیا ہونا چاہیے؟

(یورپین اسکولز: آخری امتحان صوبجات متحدہ)

۱۶- ایک دائرہ کا نصف قطر ۴ ۱|۲ فٹ ہے: دائرہ کے اندرونی مربع اور مربع کے اندرونی دائرہ کے رقبوں کا فرق معلوم کرو۔

۱۷- ایک فٹ نصف قطر کے دائرہ کے اندر ایک منتظم سدس بنایا گیا ہے: مسدس اور دائرہ کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

۱۸- ایک دائرہ کے محیط اور قطر کا فرق ۶۰ فٹ ہے: نصف قطر معلوم کرو۔

(رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۱۹- ایک دائرہ نما قطعۂ گھانس کے گرد ب فٹ عرض کا راستہ بنایا گیا ہے: اگر اُس دائرہ کا نصف قطر جس میں راستہ بھی شامل ہے ا فٹ ہو تو ا اور ب کا درمیانی ربط معلوم کرو اگر گھانس اور راستہ کے رقبے مساوی ہوں۔

۲۰- شکلِ منحرف کی وضع کے ایک باغ کے متوازی اضلاع ۱۰۰۰ اور ۹۰۰ گز اور اس کا ارتفاع ۸۰۰ گز ہے۔ باغ کے وسط میں ایک ایسا ناقص نما حوض ہے جس کے محور بالترتیب ۴۰۰ اور ۳۰۰ گز ہیں: بتاؤ کہ کتنے مربع گز رقبہ پر باغ لگایا جا سکتا ہے؟ (نوٹ - ناقص کا رقبہ = π . ا ب جہاں ا اور ب اس کے نصف محور ہیں) (π = ۱۶|۱۲۳)۔

۲۱- ایک دائرہ نما قطعۂ گھانس کے اندر جسکا قطر ۴۰ گز ہے ۱ فٹ عرض

کاراستہ بنا ہوا ہے جو اُس کے گرد کنارہ سے ۱ گز کے فاصلہ پر ہے: ۴ پنس
فی مربع گز کے حساب سے قطعۂ گھانس پر ٹیپہ لگوانے کی اجرت کیا ہوگی؟

۲۲ ـــ چھ تاروں کو ایک درمیانی تار کے گرد لپیٹ کر ایک طناب بنایا
گیا ہے ہر ایک تار کا قطر ایک انچ کا آٹھواں حصہ ہے۔ درمیانی تار سیدھا
ہے اور بقیہ تار ۸ انچ میں ایک لپیٹ کھاتے ہیں۔ ایک گز لمبا طناب
بنانے کے لئے مطلوبہ تار کا طول معلوم کرو۔

۲۳ ـــ $1\frac{3}{4}$ انچ قطر کی ایک کامل لچکدار رسی کا چٹا بنایا گیا ہے جو ۲۴ کامل حلقوں
پر مشتمل ہے: رسی کا طول کیا ہے؟

۲۴ ـــ دو ہم مرکز دائروں کے محیط ۶۲ء۸۳۲ اور ۳۷ء۶۹۹۲ فٹ ہیں:
دائروں کا درمیانی رقبہ دریافت کرو۔ (π = ۳ء۱۴۱۶)

۲۵ ـــ ۲ شلنگ ۳ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ۳۰ فٹ قطر کے
مستدیر احاطہ پر پتھر بچھوانے میں کیا اخراجات ہونگے اس طرح کہ وسط میں
$4\frac{1}{2}$ فٹ ضلع کی مسدس نما جگہ چھوٹ جائے؟

۲۶ ـــ دو شخص ا اور ب ۱ گز قطر کا ایک سان ۱۵ روپے میں خریدتے
ہیں جس میں سے اول الذکر ۸ روپے اور ثانی الذکر ۷ روپے ادا کرتا ہے:
اب اگر یہ فرض کیا جائے کہ اُس کے محور کے سوراخ کا قطر ۱ فٹ
ہے تو بتاؤ کہ سان کو ب کے پاس بھجوانے سے قبل ا کتنے انچ نصف قطر
گھس کر صرف کرسکتا ہے؟

۲۷ ـــ ذیل کے مسئلہ کو ثابت کرو: دو ہم مرکز دائروں کی درمیانی جگہ کا رقبہ
ایک ایسے دائرہ کے رقبہ کے برابر ہوتا ہے جس کا قطر بیرونی دائرہ کے
ایسے وتر کے برابر ہوتا ہے جو اندرونی دائرہ کا مماس ہو۔

۲۸ ـــ ایک مرتبہ گاڑی کو ایک حلقہ کے گرد چلاتے وقت یہ دیکھا گیا
کہ اندرونی پہیہ کی ۱۱ گردشیں جتنی دیر میں ہوتی ہیں بیرونی پہیہ کی $12\frac{3}{4}$
گردشیں ہوتی ہیں۔ دونوں پہیے ایک دوسرے سے ۴ فٹ $10\frac{1}{2}$ انچ کے
فاصلہ پر ہیں۔ پہیوں کا قطر اور اندرونی پہیہ سے بننے والے دائرہ کا قطر

دریافت کرو۔

۲۹ ــــ ایک کمرہ کی ایک سرحد کا عرض ۲۷ فٹ، بلندی ۱۸ فٹ ہے اور اس میں ۹ فٹ قطر کا ایک مستدیر دریچہ ہے جس کا مرکز فرش سے ۸ فٹ بلند ہے: ۱۸ انچ عرض کے کاغذ کا طول دریافت کرو جو اس کو ڈھانکنے کے لئے درکار ہوگا۔

۳۰ ــــ اگر زمین کو کروی فرض کیا جائے اور اُس کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہو اور حیدرآباد اور پونا کا درمیانی فاصلہ تقریباً ۲۰۰ میل ہو۔ بتاؤ کہ ان میں سے کسی ایک مقام پر کسی شخص کو انتصاباً کتنی بلندی تک چڑھنا چاہیے تاکہ دوسرا مقام نظر آسکے۔ (۲۲ = ۳٫۱۴۱۶)

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۳۱ ــــ ۷۰ گز قطر کے ایک قطعۂ گھانس کے گرد کنارے سے ۱۵ گز کے فاصلہ پر ۵ گز عرض کا راستہ بنا ہُوا ہے: بتاؤ کہ ۲ روپے فی مربع گز کے حساب سے اس پر "تپہ" لگوانے میں کیا اخراجات ہونگے۔

۳۲ ــــ دو آدمی ا اور ب ۳۰ انچ قطر کی ایک سان ۱۲ روپے میں خریدتے ہیں جس میں سے ا ۷ روپے ادا کرتا ہے اور ب ۵ روپے۔ یہ فرض کرکے کہ عین وسطی ۱۰ انچ قطر بیکار ہیں تو بتاؤ کہ ب کے پاس سان بھجوانے کے قبل ا کتنے انچ نصف قطر گھس کر صرف کرسکتا ہے؟

۳۳ ــــ ایک مستدیر جھاڑی کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ بیرونی محیط ۵۰۰ فٹ اور اندرونی محیط ۲۴۰ فٹ ہے۔ سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۴ ــــ ایک مربع کا رقبہ ۵۴۹۹۰۲۵ مربع فٹ ہے۔ اس کے اندرونی بڑے سے بڑے دائرہ کا رقبہ کیا ہوگا؟ اُس کے محیط کا طول بھی دریافت کرو۔

۳۵ ــــ اُس ۴ فٹ عرض کے راستہ کا رقبہ دریافت کرو جو ۵۵ فٹ قطر کے مستدیر قطعہ کے گرد بنا ہُوا ہے۔

۳۶ ــــ مُڑواں سیڑھیوں کا قطر ۵ فٹ، اُوپر کی منزل تک اس کی بلندی ۴۵ فٹ ٹھہرا ہے $3\frac{1}{2}$ گردشیں بنتی ہیں: اُس کا طول مطلوب ہے۔

۳۷ــــ ۱۰ انچ مربع سقوہ کے ٹکڑے میں سے چار مساوی اور بڑے سے بڑے دائرے کاٹنے میں کتنے مربع انچ سقوہ ضائع ہونا ضروری ہے؟ (π = ۳٫۱۴۱۶)-

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۳۸ــــ ایک دائری عمارت کا اندرونی قطر ۶۸ فٹ ۱۰ انچ اور دیوار کی دبازت ۲۲ انچ ہے : بتاؤ کہ دیوار کا قاعدہ کتنے مربع فٹ زمین کو گھیرے ہوئے ہے -
(π = ۳٫۱۴۱۶) (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۳۹ــــ اگر ایک دائرہ کا محیط اور ایک مثلث کا احاطہ مساوی ہوں تو دائرہ کا رقبہ مثلث کے رقبہ سے زیادہ ہوتا ہے : مثلث کے اضلاع ۹ ، ۱۰ اور ۷ فٹ لے کر مسئلۂ بالا کی تصدیق کرو- (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۴۰ــــ ایک دائرہ نما کنئہ کھدوانا مطلوب ہے : اُس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کی مدد سے کنئہ کا محیط کھینچا جائے تاکہ وہ ٹھیک نصف ایکڑ رقبہ گھیرے-
(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۴۱ــــ ایک حلقہ کی اندرونی سرحد کا نصف قطر ۱۴ انچ ہے : حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے : بیرونی سرحد کا نصف قطر دریافت کرو- (رُڑکی انجینیر : فائینل)

۴۲ــــ ایک ٹمٹم (gig) کو کسی دائری میدان کے گرد چلاتے وقت یہ دیکھا گیا کہ وہ پہیہ جو گھانس کے قریب تر تھا اُتنی ہی دیر میں دو گردشیں کرتا ہے جتنی مدت میں کہ دوسرے پہیہ کی تین گردشیں ہوتی ہیں : میدان کا رقبہ دریافت کرو اگر پہیوں کے درمیان ۵ فٹ کا فاصلہ ہے- جواب مربع فٹ میں دیا جائے - (π = ۳٫۱۴۱۵۹) (رُڑکی انجینیر : فائینل)

۴۳ــــ ۲ میل نصف قطر کے دائرہ میں ایک ریل گاڑی حرکت کرتی ہے : اگر پٹڑیوں کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ۶ انچ ہو اور ریل گاڑی کا دور ۴۰ منٹ میں ختم ہوتا ہو تو بتاؤ کہ بیرونی پہیے اندرونی پہیوں سے کتنے میل فی گھنٹہ تیز حرکت کرتے ہیں؟

(رُڑکی انجینیر : فائینل)

۴۴ ـــــ مڑواں سیڑھیوں کے حلقہ کا قطر ۷ فٹ، اوپر کی منزل تک اس کی بلندی ۳۶ فٹ ہے اور کٹہرا سے تین گردشیں بنتی ہیں: اُس کا طول مطلوب ہے۔ (رُڑکی انجینیر : فائینل)

۴۵ ـــــ ایک دائری قطعۂ زمین کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ سڑک کا بیرونی محیط اندرونی محیط سے ۴۴ گز زیادہ ہے: سڑک کا عرض دریافت کرو۔
(رُڑکی اپرسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۴۶ ـــــ ایک گھوڑا ایک زنجیر سے باندھا گیا جو ایک ایسے حلقہ سے ملحق ہے جو ایک مثلث نما سلاخ پر پھسل سکتا ہے: مثلث کے باہر کا وہ رقبہ دریافت کرو جس پر وہ گھوڑا چر سکتا ہے۔ اگر مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۰، ۴۰، اور ۵۰ فٹ اور زنجیر کا طول ۱۵ گز ہو۔ (رُڑکی اپرسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۴۷ ـــــ اگر ۱۰ فٹ محیط کے دائرہ کے اندر ایک منتظم مسدس بنایا جائے تو انکے درمیان گھری ہوئی جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔ (رُڑکی اپرسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۴۸ ـــــ ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر فٹ میں ۱ اعشاریہ کے تین مقامات تک دریافت کرو جسکا رقبہ ۲ فٹ ضلع کے منتظم مسدس کے برابر ہے (۱۶ = π ۱۴۱ء۳)
(سینڈ ھرسٹ)

۴۹ ـــــ ایک چورس سطح پر ۱۰۵ پیسے اس طرح رکھے ہوئے ہیں کہ اُن کے کناروں میں تماس ہوتا ہے اور یہ مساوی الاضلاع مثلثی فریم سے ٹھیک ٹھیک گھیرے جاسکتے ہیں۔ اگر ایک پیسہ کا قطر ۱ انچ ہو تو ثابت کرو کہ مثلث کا ضلع ($\sqrt{3}$ ۱۰ + ۱۳) انچ ہونا چاہیے۔ نیز اس کا رقبہ تقریباً معلوم کرو۔
(سینڈھرسٹ)

۵۰ ـــــ π = ۱۴۱۶ء۳ فرض کرکے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر اور محیط دریافت کرو جس کا رقبہ ۳۰۹۳۰۴ء۵ مربع فٹ ہے۔ (سینڈھرسٹ)

۵۱ ـــــ ۹ انچ قطر کے دو مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں اور نقطۂ تماس کو مرکز مان کر ۹ انچ نصف قطر کا ایک تیسرا دائرہ کھینچا گیا: تینوں دائروں سے گھری ہوئی دو جگہوں میں سے کسی ایک جگہ کے اندرونی

دائرہ کا نصف قطر اور رقبہ دریافت کرو۔ (رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۵۲۔۔۔ کسی دائری راستہ کے بیرونی اور اندرونی کناروں کے گرد مستقل شرح سے جانے میں ایک سائیکل سوار کا جو وقت صرف ہوتا ہے اس میں ۲۳ : ۲۲ کی نسبت ہے اور راستہ کا عرض ۱۵ فٹ ہے : اُس دائرہ کا قطر دریافت کرو جس سے کہ راستہ کا اندرونی کنارہ بنتا ہے۔ (رُڑکی انجینیر : داخلہ)

۵۳۔۔۔ اکائی نصف قطر کے دائرہ کے اندر ایک منتظم مسدس اور مسدس کے اندر ایک دُوسرا دائرہ بنائے گئے ہیں : اعشاریہ کے چار مقامات تک صحیح دونوں دائروں کے درمیان گھرے ہوئے حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔
π = ۳٫۱۴۱۵۹ ۔۔۔ (جامعۂ پنجاب : میٹری کیولیشن)

۵۴۔۔۔ مساوی رقبہ کے ایک دائرہ اور ایک مسدس کے محیطوں کا تناسب چار اعداد تک دریافت کرو۔ π = ۳٫۱۴۱۵۹ (رُڑکی انجینیر : داخلہ)

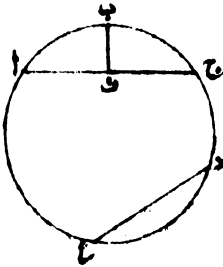
باب سیز دہم

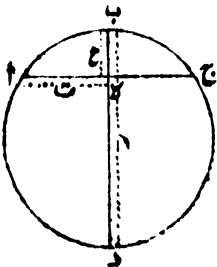
دائرہ :- وتر اور قوس

۷۴ — دائرہ کا وتر وہ خطِ مستقیم ہے جو اُس کے محیط پر کے کوئی سے دو نقاط کو ملاتا ہے۔

دائرہ کا قوس اُس کے محیط کا ایک حصہ ہے۔

کسی قوس کے انتہائی نقاط کے ملانے والے خطِ مستقیم کو قوس کا وتر کہتے ہیں۔

قوس کے وسطی نقطہ سے اُس کے وتر پر کے عمود کو قوس کا ارتفاع کہتے ہیں۔

پس دائرہ ا ب ج د ع میں ع د ایک وتر ہے، ا ب ج ایک قوس، ا ج قوس ا ب ج کا وتر اور ب ف قوس ا ب ج کا ارتفاع ہے۔

مسئلہ ۱۶

۷۵ — دائرہ کے قوس کے وتر کا طول معلوم کرنا جبکہ قوس کا ارتفاع اور دائرہ کا قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج، دائرہ ا ب ج د کا ایک قوس ہے۔

نیز فرض کرو کہ قوس کے ارتفاع ب ہ اور اُس کے قطر ب د کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ع اور ر ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ قوس کا وتر ع اور ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

ب ہ اور ہ د سے بننے والے مستطیل کا رقبہ

= ا ہ اور ہ ج سے بننے والے مستطیل کا رقبہ

(اقلیدس مقالۂ سوم شکل ۳۵)

لیکن ب ہ اور ہ د سے بننے والے مستطیل کے رقبہ کا ناپ ع (ر-ع) متناظر مربع اکائیاں ہے .... دفعہ ۸

∴ مستطیل ا ہ . ہ ج = ع (ر - ع) مربع اکائیاں

یعنی —

ا ہ پر کا مربع = ع (ر - ع) مربع اکائیاں [کیونکہ ا ہ = ہ ج]

∴ ا ہ = √ع (ر - ع) خطی اکائیاں .... دفعہ ۹

∴ ا ج = ۲ √ع (ر - ع) " "

پس قاعدہ —

قوس کے ارتفاع میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اس تعداد اور دائرہ کے قطر میں کی اُسی طولی اکائیوں کی تعداد کے فرق سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کے جذر المربع کے دوچند سے قوس کے وتر میں اُن ہی طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوگی۔

یا اختصاراً

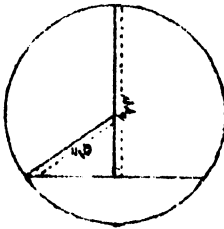
قوس کا وتر = ۲ √ارتفاع × (قطر - ارتفاع)

۲ ت = ۲ √ع (ر - ع) .... (۱)

اس لئے ر = ع + ت²/ع .... (۲)

اور ع = (ر ± √ر² - ۴ ت²) / ۲ .... (۳)

۷۹— توضیحی مثالیں

مثال ۱:- ایک ایسے قوس کا وتر دریافت کرو جس کا ارتفاع ۲۴ انچ ہے اور جس دائرہ کے محیط کا یہ حصہ ہے اُس کا نصف قطر ۱۵ انچ ہے۔

قوس کا وتر $= ۲\sqrt{ع\,(ر - ع)}$ انچ ... دفعہ ۷۵

یہاں ع = ۲۴ انچ، ر = ۳۰ انچ

∴ قوس کا وتر $= ۲\sqrt{۲۴\,(۳۰ - ۲۴)}$

$= ۲\sqrt{۶ \times ۲۴}$

$= ۲\sqrt{۱۴۴}$

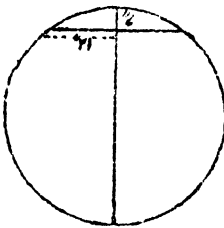
= ۲۴ انچ

مثال ۲:- ایک قوس کا ارتفاع ۷ انچ اور اس کا وتر ۴۲ انچ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

دائرہ کا قطر $= \left(ع + \frac{ت^۲}{ع}\right)$ انچ ..... دفعہ ۷۵

یہاں ع = ۷″، ت = ۲۱″

∴ دائرہ کا قطر $= \left(۷ + \frac{۲۱ \times ۲۱}{۷}\right)$ انچ

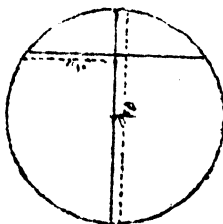
= ۷۰ انچ

مثال ۳:- ۲۵ انچ قطر کے دائرہ کے ایک قوس کا وتر ۲۰ انچ ہے: اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

قوس کا ارتفاع $= \frac{ر \pm \sqrt{ر^۲ - ۴ت^۲}}{۲}$ انچ ...... دفعہ ۷۵

یہاں ر = ۲۵″ اور ت = ۱۰″

∴ قوس کا ارتفاع $= \frac{۲۵ \pm \sqrt{(۲۵ - ۲۰)(۲۵ + ۲۰)}}{۲}$ انچ

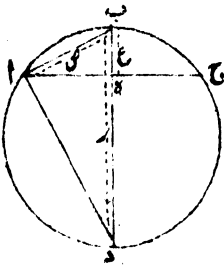
$= \frac{۲۵ \pm \sqrt{۲۲۵}}{۲}$ انچ

$= \frac{۲۵ \pm ۱۵}{۲}$ انچ

= ۲۰ انچ یا ۵ انچ

ظاہر ہے کہ یہ دونوں جوابات اُن دو قوسوں کو تعبیر کرتے ہیں جن میں کہ دائرہ کا محیط وتر سے منقسم ہوتا ہے۔

مسئلہ (۱۷)

۷۷ ـــ دائرہ کی نصف قوس کا وتر دریافت کرنا جبکہ قوس کا ارتفاع اور دائرہ کا قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب ج دائرہ ا ب ج د کا ایک قوس ہے اور قوس کے ارتفاع ب ہ اور دائرہ کے قطر ب د کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ع اور ر ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ نصف قوس کا وتر ع اور ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے

ا ب اور ا د کو ملاؤ۔

∵ مثلثات ا ب ہ اور ا ب د متشابہ ہیں۔

(اقلیدس مقالہ ۳ شکل ۳۱ اور مقالہ ۶ شکل ۸)

∴ د ب : ا ب = ا ب : ب ہ .... دفعہ ۶۴

∴ ا ب پر کے مربع کا رقبہ = د ب اور ب ہ سے بننے والے مستطیل کا رقبہ

.... اقلیدس مقالہ ششم شکل ۱۷

لیکن د ب اور ب ہ سے بننے والے مستطیل کا رقبہ = ر × ع تناظر مربع اکائیاں ..... دفعہ ۸

∴ ا ب پر کے مربع کا رقبہ = ر ع مربع اکائیاں

∴ ا ب = $\sqrt{}$ ر ع طولی اکائیاں .... دفعہ ۹

پس قاعدہ ـــــ

قوس کے ارتفاع میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کو دائرہ کے قطر میں کی اُسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب اُس حاصل ضرب کا جذر المربع اُسی طولی اکائی میں نصف قوس کے وتر کے طول کو تعبیر کرے گا۔

یا اختصاراً۔

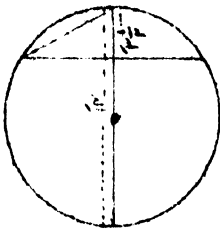
نصف قوس کا وتر = $\sqrt{\text{دائرہ کا قطر} \times \text{قوس کا ارتفاع}}$

ص = $\sqrt{\text{ر ع}}$ .... (۱)

اِس لئے ر = $\frac{\text{ص}^2}{\text{ع}}$ .... (۲)

اور ع = $\frac{\text{ص}^2}{\text{ر}}$ .... (۳)

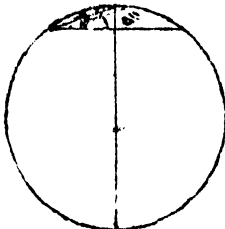
توضیحی مثالیں

۸۷۔ مثال ۱:۔ ایک قوس کا ارتفاع $3\frac{1}{2}$ فٹ اور دائرہ کا قطر ۱۴ فٹ ہے: نصف قوس کا وتر معلوم کرو۔

نصف قوس کا وتر = $\sqrt{\text{ر ع}}$ فٹ ... دفعہ ۸۶

یہاں ر = ۱۴ فٹ اور ع = $3\frac{1}{2}$ فٹ

∴ نصف قوس کا وتر = $\sqrt{14 \times \frac{7}{2}}$ فٹ

= $\sqrt{49}$ فٹ

= ۷ فٹ

مثال ۲:۔ ایک قوس کا ارتفاع ۵ انچ اور نصف قوس کا وتر ۱ فٹ ۳ انچ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

دائرہ کا قطر = $\frac{\text{ص}^2}{\text{ع}}$ طولی اکائیاں .... دفعہ ۸۶

یہاں ص = ۱۵ انچ

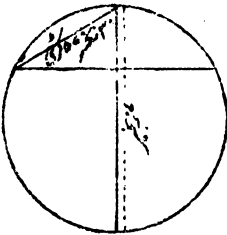
اور ع = ۵ انچ

∴ دائرہ کا قطر = (۱۵ × ۱۵) ÷ ۵ انچ

= ۴۵ انچ

= ۳ فٹ ۹ انچ

مثال ۳:- دائرہ کی قوس کا ارتفاع دریافت کرو جبکہ نصف قوس کا وتر ۳ زنجیر ۵۷ کڑی اور دائرہ کا قطر ۷ زنجیر ہے۔

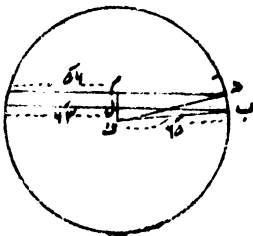
قوس کا ارتفاع = ص² ÷ ق طولی اکائیاں ... دفعہ ۱۷

یہاں ص = ۳٫۵۷ زنجیر

ق = ۷ زنجیر

∴ قوس کا ارتفاع = (۳٫۵۷ × ۳٫۵۷) ÷ ۷ زنجیر

= ۳٫۵۷ × ۰٫۵۱ زنجیر

= ۱٫۸۲۰۷ زنجیر

مثال ۴:- ۶۵ فٹ نصف قطر کے دائرہ میں مرکز کے ایک ہی طرف دو وتر کھینچے گئے ہیں اور ان کے طول بالترتیب ۱۲۶ فٹ اور ۱۱۲ فٹ ہیں:- ان کا درمیانی فاصلہ دریافت کرو۔

ل م = متوازی وتروں کا درمیانی فاصلہ

= ف م - ف ل

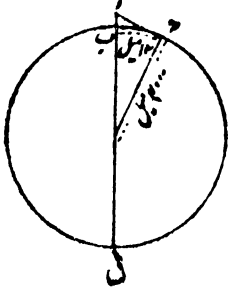
= √(ف د² - م د²) - √(ف ب² - ل ب²) ... دفعہ ۱۶

= √((۶۵)² - (۵۶)²) - √((۶۵)² - (۶۳)²) فٹ

= (۳۳ - ۱۶) فٹ

= ۱۷ فٹ

مثال ۵:- اگر زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل فرض کیا جائے تو تقریباً معلوم کرو کہ ایک

شخص کو زمین کی سطح سے کتنے فٹ کی بلندی تک چڑھنا چاہیئے تاکہ وہ سطح زمین پر کے ایک ایسے جسم کو ٹھیک دیکھ سکے جو اس سے ۱۲ میل کے فاصلہ پر ہے۔

وہ شخص جو مقام ب پر مقیم ہے اگر یہ چاہے کہ مقام د پر رکھے ہوئے جسم کو دیکھ سکے تو اس کو ا تک چڑھنا پڑے گا۔

$$\text{اد}^2 = \text{ال} \times \text{اب}$$ ..... اقلیدس مقالہ سوم شکل ۳۶

$$= (\text{اب} + \text{بل}) \times \text{اب}$$

اب اد کو قوس ب د کے مساوی لے سکتے ہیں جو ۱۲ میل ہے اور اگر ع سے اب میں کے فٹوں کی تعداد ظاہر ہو تو $\frac{\text{ع}}{۵۲۸۰}$ سے میلوں کی تعداد ظاہر ہوگی۔

اس طرح

$$(۱۲)^2 = \left(\frac{\text{ع}}{۵۲۸۰} + ۸۰۰۰\right) \times \frac{\text{ع}}{۵۲۸۰}$$

$$= \left(\frac{\text{ع}}{۵۲۸۰}\right)^2 + \frac{\text{ع} \times ۸۰۰۰}{۵۲۸۰}$$

لیکن ۵۲۸۰ کے مقابلہ میں ع ایک قلیل مقدار ہے اس لئے $\frac{\text{ع}}{۵۲۸۰}$ ایک چھوٹی کسر ہے۔ اور اس بنا پر $\left(\frac{\text{ع}}{۵۲۸۰}\right)^2$ اور بھی چھوٹی کسر ہونے کی وجہ سے نظر انداز کر دی جا سکتی ہے۔

اس لئے ـــ

$$(۱۲)^2 = \frac{\text{ع} \times ۸۰۰۰}{۵۲۸۰}$$ تقریباً

$$\text{یا ع} = \frac{۵۲۸۰ \times ۱۴۴}{۸۰۰۰}$$ تقریباً

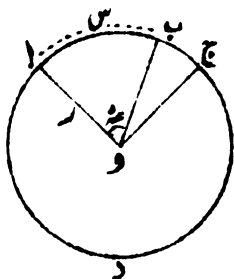
$$= ۹۵٫۰۴$$ تقریباً

اس طرح ـــ

مطلوبہ بلندی = ۹۵٫۰۴ فٹ

نوٹ: ع جب ۵۲۸۰ کے مقابلہ میں چھوٹا ہوتا ہے تو ہی ہم کسر $\left(\frac{\text{ع}}{۵۲۸۰}\right)^2$ کو نظر انداز کر سکتے ہیں۔

مسئلہ (۱۸)

۷۹ — دائرہ کے قوس کا طول معلوم کرنا جبکہ دائرہ کا نصف قطر اور مرکز پر قوس سے بننے والا زاویہ دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ ا ب دائرہ ا ب ج د کا ایک قوس ہے اور دائرہ ا ب ج د کے نصف قطر و ا کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر ہے۔

و ب کو ملاؤ اور فرض کرو کہ قوس سے مرکز پر بننے والا زاویہ ا و ب کی مقدار عہ° ہے

مطلوب یہ ہے کہ قوس کا طول ر اور عہ کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

و ا پر و ج علی القوائم کھینچو۔

کسی دائرہ کی قوسیں اُن زاویوں کے متناسب ہوتی ہیں جو اُن کے محاذی مرکز پر بنتے ہیں .... (اقلیدس مقالہ ششم شکل ۳۳)

∴ دائرہ ا ب ج د میں

قوس ا ب : قوس ا ب ج = ∠ ا و ب : ∠ ا و ج

لیکن زاویہ ا و ج = ۹۰°

اور قوس ا ب ج محیط کا چوتھا حصہ ہے

∴ قوس ا ب : $\frac{\text{دائرہ کا محیط}}{4}$ = ∠ ا و ب : ۹۰°

یعنی قوس ا ب : $\frac{2\pi r}{4}$ = عہ° : ۹۰° .... دفعہ ۶۹

∴ قوس ا ب = $\frac{\text{عہ}°}{360°}$ × ۲π ر خطی اکائیاں

پس قاعدہ —

دائرہ کے محیط کے طول کو $\frac{\text{عہ}°}{360°}$ سے ضرب دیا جائے تو قوس کا طول

حاصل ہوتا ہے۔ جہاں ع° قوس کا مرکزی زاویہ ہے۔

یا اختصاراً۔

$$\text{قوس کا طول} = \frac{\text{قوس کا مرکزی زاویہ}}{360^\circ} \times \text{دائرہ کا محیط}$$

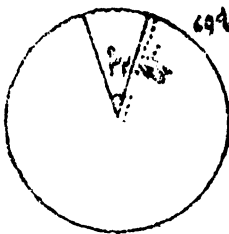
$$\text{س} = \frac{\text{ع}^\circ}{360^\circ} \times 2\pi\text{ر} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\text{اس لیے} \quad \text{ع} = 360^\circ \times \frac{\text{س}}{2\pi\text{ر}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\text{اور} \quad \text{ر} = \frac{180}{\pi} \times \frac{\text{س}}{\text{ع}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

۸۰۔ توضیحی مثالیں

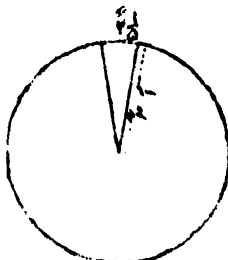
مثال ۱: ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰۰ انچ ہے: ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس سے مرکز پر ۳۲° کا زاویہ بنتا ہے۔ $(\pi = \frac{22}{7})$

$$\text{قوس کا طول} = \frac{\text{ع}^\circ}{360^\circ} \times 2\pi\text{ر} \quad \text{خطی اکائیاں} \ldots \text{دفعہ ۹}$$

یہاں $\text{ر} = 100$ انچ، $\text{ع} = 32^\circ$ اور $\pi = \frac{22}{7}$

$$\therefore \text{قوس کا طول} = \frac{32}{360} \times \frac{100 \times 22 \times 2}{7} \ \text{انچ}$$

$$= \frac{3520}{63} \ \text{انچ}$$

$$= 55\frac{55}{63} \ \text{انچ}$$

مثال ۲: ایک دائرہ کا نصف قطر ا فٹ ۳ انچ ہے: $2\frac{1}{5}$ انچ طول کے قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔ $(\pi = \frac{22}{7})$

$$\text{مرکزی زاویہ} = 360^\circ \times \frac{\text{س}}{2\pi\text{ر}} \ldots\ldots \text{دفعہ ۹}$$

یہاں $\text{س} = 2\frac{1}{5}''$، $\text{ر} = 15''$ اور $\pi = \frac{22}{7}$

$$\therefore \text{مرکزی زاویہ} = 360^\circ \times \frac{7 \times 11}{15 \times 22 \times 2 \times 5}$$

= ۴۲/۵ درجہ

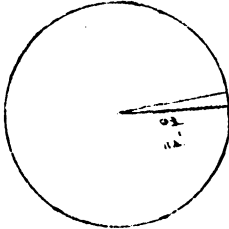
= ۸° ۲۴′

مثال ۱۰۵: کسی دائرہ کے قوس کا طول ۱۱ زنجیر ہے اور اس کے محاذی مرکز پر ۳° ۲۰′ کا زاویہ بنتا ہے: نصف قطر دریافت کرو۔ (π = ۲۲/۷)

دائرہ نصف قطر = س/ع × ۱۸۰/π طولی اکائی

.... دفعہ ۷۹

یہاں س = ۱۱ زنجیر، ع = ۳ ۱/۳° اور π = ۲۲/۷

∴ دائرہ کا نصف قطر = (۳×۱۱×۷×۱۸۰)/(۱۰×۲۲) زنجیر

= ۱۸۹ زنجیر

مسئلہ (۱۹)

۸۱۔۔ دائرہ کی قوس کا طول معلوم کرنا جبکہ قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر دیے ہوئے ہوں۔

قاعدہ۔۔

نصف قوس کے وتر کے آٹھ گنے میں سے قوس کا وتر تفریق کرو۔ تب حاصل کا ایک تہائی قوس کے طول کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً۔

دائرہ کا قوس = (۸ × نصف قوس کا وتر – قوس کا وتر) / ۳

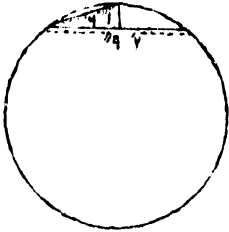
س = (۸ ص – ۲ ت) / ۳

اِس ضابطہ کا ثبوت ریاضی اعلیٰ کی واقفیت پر مبنی ہے اور اِس لئے یہاں اُسے نظر انداز کیا جاتا ہے۔

اس ضابطہ سے قوس کے حقیقی طول کی صرف تقریبی قیمت حاصل ہوتی ہے - قوس کے مرکزی زاویہ کی مقدار جوں جوں کم ہوتی جاتی ہے غلطی میں بھی کمی ہوتی جاتی ہے - اس لیے جب قوس کا مرکزی زاویہ بڑا ہو تو نصف قوس کا طول اس ضابطہ کی مدد سے دریافت کرنا بہتر ہوگا اور پھر محصلہ نتیجہ کو دوچند کردیا جا سکتا ہے -

۸۲ - توضیحی مثالیں

مثال ۱:- ایک قوس کا وتر ۲ فٹ ۹ انچ اور نصف قوس کا وتر ۱ فٹ ۶ انچ ہے: قوس کا طول دریافت کرو -

قوس کا طول = $\frac{\text{۸ ص} - \text{۲ ت}}{\text{۳}}$ طولی اکائیاں ...... دفعہ ۸۱

یہاں ۲ ت = ″۳۳ ، اور ص = ″۱۸

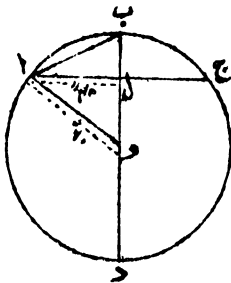
∴ قوس کا طول = $\frac{\text{۱۴۴} - \text{۳۳}}{\text{۳}}$ انچ

= $\frac{\text{۱۱۱}}{\text{۳}}$ انچ

= ۳۷ انچ = ۳ فٹ ۱ انچ

مثال ۲: ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کے وتر کا اب ۹۶ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۶۰ انچ ہے -

فرض کرو کہ اب ج د دیا ہوا دائرہ ہے -

تب -

و ا = ۶۰ انچ ، ا ل = ۴۸ انچ

∴ و ل = $\sqrt{(\text{۶۰})^2 - (\text{۴۸})^2}$ انچ ...دفعہ ۱۶

= $\sqrt{\text{۱۲} \times \text{۱۰۸}}$ انچ

= ۳۶ انچ

∴ ب ل = (۶۰ − ۳۶) انچ

= ۲۴ انچ

∴ اب = ۲ $\sqrt{(۴۸)^۲ \times (۲۴)^۲}$ انچ .... دفعہ ۱۶

= ۵۳٫۶۶۵... انچ

اب قوس ا ب ج کا طول = $\frac{۸ ص - ۲ب}{۳}$ .... دفعہ ۸۱

یہاں ص = ۵۳٫۶۶۵ انچ

اور ب = ۴۸ انچ

∴ قوس ا ب ج کا طول = $\frac{۴۲۹٫۳۲... - ۹۶}{۳}$ انچ

= ۱۱۱٫۱۰... انچ

دائروں کے وتروں کی متعلقہ مثالوں کے حل کرنے میں قرین مصلحت یہ ہے کہ ہر صورت میں ایک شکل اتاری جائے اور ضابطوں کے حفظ کرنے کے بجائے اُن کی علیحدہ علیحدہ تحقیق کی جائے۔

نمبری ۱۳

وتر دائرہ

($\pi = \frac{۲۲}{۷}$)

۱۔ ایک قوس کا وتر [illegible] فٹ اور دائرہ کا قطر [illegible] فٹ ہے؛ قوس کا وتر دریافت کرو۔

۲۔ ایک قوس کا ارتفاع ۹ انچ اور اُس کے وتر کا طول ۲ فٹ ۶ انچ ہے؛ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۳۔ ایک قوس کا وتر ۲ زنجیر ۵۰ کڑی اور دائرہ کا قطر ۱۲ زنجیر ۵۰ کڑی ہے؛ قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔

۴۔ ایک قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ اور دائرہ کا قطر ۲ گز ۱ فٹ ہے؛ نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

۵۔ ایک قوس کا ارتفاع ۷ زنجیر اور نصف قوس کا وتر ۱۲ زنجیر ۶ کڑی ہے؛

دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۶ — ایک قوس کا وتر ۴ گز ۲ فٹ اور اُس کا ارتفاع ۱ فٹ ۱ انچ ہے؛ نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

۷ — ایک قوس کا ارتفاع ۶ء۳ زنجیر اور نصف قوس کا وتر ۵ء۸ زنجیر ہے؛ قوس کا وتر دریافت کرو۔

۸ — ایک قوس کا وتر ۴ زنجیر ۴ کڑی اور نصف قوس کا وتر ۲ زنجیر [illegible] کڑی ہے؛ قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔

۹ — ثابت کرو کہ $\text{ر} = \frac{\text{ص}^2}{\sqrt{\text{ص}^2 - \text{ت}^2}}$

جہاں ت قوس کے نصف وتر، ص نصف قوس کے وتر اور ر دائرہ کے قطر کو تعبیر کرتے ہیں۔

۱۰ — ایک قوس کا وتر ۹ انچ اور نصف قوس کا وتر $\frac{1}{2}$ ۷ انچ ہے؛ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۱۱ — ایک قوس کا ارتفاع ۲ فٹ ۳ انچ اور نصف قوس کا وتر ۵ فٹ ۳ انچ؛ دائرہ کے مرکز سے قوس کے وتر کا فاصلہ دریافت کرو۔

قوس دائرہ

$(\pi = \frac{22}{7})$

۱۲ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۴ انچ ہے؛ اُس کی ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس سے مرکز پر ۳۰° کا زاویہ بنتا ہے۔

۱۳ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ فٹ ۷ انچ ہے، اُس قوس کا طول معلوم کرو جس سے مرکز پر ۴۵° کا زاویہ بنتا ہے۔

۱۴ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۱۱ انچ ہے: ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کے محاذی مرکز پر ۱۲° کا زاویہ بنتا ہے۔

۱۵ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ انچ ہے: ۱۱ انچ قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔

۱۶ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۵۴ کڑی ہے: ۳۳ کڑی کی قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔

۱۷ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے: ۴ فٹ ۷ انچ طول کی قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔

۱۸ — ایک دائرہ کی قوس کا طول ۷۷ کڑی ہے اور اس کے محاذی مرکز پر ۲° ۱۵´ کا زاویہ بنتا ہے، نصف قطر معلوم کرو۔

۱۹ — ایک دائرہ کی قوس کا طول ۲ گز ۲ فٹ ۳ انچ ہے اور مرکز پر اس کے محاذی ۷° ۳۰´ کا زاویہ بنتا ہے، نصف قطر معلوم کرو۔

۲۰ — ایک قوس کا وتر ۱ فٹ ۷ انچ اور نصف قوس کا وتر ۱۱ انچ ہے: قوس کا طول تقریباً دریافت کرو۔

۲۱ — ایک قوس کا وتر ۶ زنجیر ۲۴ کڑی اور نصف قوس کا وتر ۴ زنجیر ۳۴ کڑی ہے: قوس کا طول تقریباً معلوم کرو۔

۲۲ — ایک قوس کا وتر ۴۸ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۲۶ انچ ہے: قوس کا طول دریافت کرو۔

۲۳ — ایک قوس کا وتر ۲ فٹ ۸ انچ اور قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ہے: قوس کا طول تقریباً دریافت کرو۔

سوالات امتحانات

(جب تک کہ ذکر نہ کیا جائے $\pi = \frac{22}{7}$)

۱ — ایک دائرہ کے اندرونی اور بیرونی مربعوں کے رقبوں کا فرق ۳۲۸ مربع فٹ ہے: دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(جامعۂ الہ آباد، میٹریکولیشن)

۲ ــــ ایک قوس کا وتر ۵ فٹ اور دائرہ کا قطر ۷ فٹ ہے: اعشاریہ کے چار مقامات تک انچوں میں قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔

(جامعۂ پنجاب: مڈل اسکول)

۳ ــــ ایک قوس کا وتر ۸ گز اور نصف قوس کا وتر ۱۳ فٹ ہے: دائرہ کا قطر معلوم کرو۔

(" ایضاً ")

۴ ــــ ایک قوس کا وتر ۱۰ فٹ اور اس کا ارتفاع ۲ گز ہے: دائرہ کا قطر اور نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

(" ایضاً ")

۵ ــــ ایک قوس کا وتر ۱۰۰ فٹ ہے اور اس کے محاذی محیط پر ۱۵۰° کا زاویہ بنتا ہے: دائرہ کا نصف قطر، قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعۂ کلکتہ: میٹریکولیشن)

۶ ــــ ایک قوس کا وتر ۳۶ فٹ اور نصف قوس کا وتر ½۱۹ فٹ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائنل، صوبجات متحدہ)

۷ ــــ ۶ فٹ نصف قطر کے دائرہ کی ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کا وتر ۸ فٹ ہے۔

(مدراس ٹکنیکل: ابتدائی)

۸ ــــ ۸ فٹ نصف قطر کے دائرہ کی ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کا وتر ۱۲ فٹ ہے۔

(مدراس ٹکنیکل: انٹرمیڈیٹ)

۹ ــــ زمین کی سطح پر کے دو انتصابی ڈنڈوں کے بالائی حصے ایک دوسرے سے عین نظر نہیں آتے جبکہ ان کا درمیانی فاصلہ ۸ میل ہوتا ہے اگر ایک ڈنڈے کی بلندی ۱۰ فٹ ہو تو زمین کا نصف قطر دریافت کرو۔

(رڑکی انجینیر: داخلہ)

۱۰ ــــ ۱۰ انچ طول کے خط مستقیم ا ب کا نقطۂ وسطی و ہے اور و کو مرکز مان کر ۷ انچ نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچا گیا۔ ن محیط پر کا ایسا نقطہ ہے کہ ن ا = ۵ انچ، ن ب معلوم کرو۔

(رڑکی انجینیر: داخلہ)

۱۱ ــــ ایک مثلث مساوی الاضلاع کا قاعدہ ایک نصف دائرہ کے قطر پر اور اس کا راس نصف دائرہ کی قوس کے نقطۂ وسطی پر واقع ہوتے ہیں

اور مثلث کا رقبہ ۱۰۰ مربع اکائیاں ہے: نصف دائرہ کا قطر کیا ہے؟
(رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۱۲۔ ایک دائرہ کی قوس کا وتر ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۴ فٹ دیے ہوئے ہیں: قطر اور قوس کا طول دریافت کرو۔
(ایضاً ")

۱۳۔ ا ب اور ا ج ایک دائرہ کے دو علی القوائم وتر ہیں؛ اور اُن کے طول بالترتیب ۳۰ فٹ اور ۴۰ فٹ ہیں۔ قوس ا ج کا ارتفاع اور دائرہ کا قطر دریافت کرو۔
(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۴۔ ایک نصف قوس کا وتر ۲ فٹ ۶ انچ اور دائرہ کا قطر ۴ فٹ ۲ انچ ہے: قوس کا وتر دریافت کرو۔
(ایضاً ")

۱۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ فٹ ہے، ۸ فٹ طول کے وتر پر مرکز سے کھینچے ہوئے عمود کا طول دریافت کرو۔
(ایضاً)

۱۶۔ ایک دائری حلقہ کا قطعہ $2\frac{1}{2}$ فٹ دبیز اور اندرونی قوس کا وتر نصف قطر کے مساوی ہے: قطعہ کا طول اوسطاً دریافت کرو۔ نصف قطر کا طول ۱۰ فٹ ہے۔
(" ایضاً ")

۱۷۔ ایک قوس کا وتر ۴۹ فٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۵ فٹ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔
(" ایضاً ")

۱۸۔ ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی کا طول دریافت کرو اگر سوئی کا انتہائی نقطہ ۵ انچ طول کے قوس پر $4\frac{1}{4}$ منٹ میں حرکت کرے۔
(" ایضاً ")

۱۹۔ پیمائش کرنے سے ایک قوس کا ارتفاع ۷ فٹ $9\frac{1}{2}$ انچ اور نصف قوس کا وتر ۱۵ فٹ ۷ انچ معلوم ہوئے: بتاؤ کہ کس نصف قطر سے قوس کھینچی گئی تھی۔
(" ایضاً ")

۲۰۔ ایک دائرہ میں دو متوازی وتروں کے طول ۶ انچ اور ۸ انچ ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۱ انچ ہے: قطر معلوم کرو۔ (رُڑکی انجینیر: فائینل)

۲۱ ــــ ایک قوس کا وتر ۲۴ فٹ اور ارتفاع ۵ فٹ ہے: قوس کا طول دریافت کرو۔ (رڑکی انجینیر: فائینل)

۲۲ ــــ ایک دائرہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے: اس کے اندرونی مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ (رڑکی انجینیر: فائینل)

۲۳ ــــ ۱۴۳ نصف قطر کے ربع دائرہ کے ایسے اندرونی مربع کا رقبہ دریافت کرو جس کے دو اضلاع نصف قطروں پر منطبق ہوتے ہیں۔ (ایضاً)

۲۴ ــــ ایک پل قوس دائرہ کی شکل کا ہے۔ اس کا فصل ۹۶ فٹ اور ارتفاع ۱۲ فٹ ہے: نصف قطر معلوم کرو۔ (رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۲۵ ــــ ایک دائری راستہ کا عرض ۴ فٹ اور ایک ایسے خط کا طول جو بیرونی محیط کا وتر اور اندرونی محیط کا مماس ہے ۸ فٹ ہے: راستہ کا رقبہ دریافت کرو۔
(۳۲ = ۱۴۱۵۹ء۳) [رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ]

۲۶ ــــ ایک مشاہدہ کرنے والا شخص قطب مینار پر کھڑا ہوا ہے۔ اس کی آنکھ سے دائرۂ افق کا فاصلہ دریافت کرو۔ جبکہ زمین سے آنکھ کی بلندی ۲۴۰ فٹ ہے اور زمین کا قطر ۸۰۰۰ میل ہے۔ (جامعۂ پنجاب: میٹریکیولیشن)

۲۷ ــــ چار دائروں میں سے ہر ایک کا قطر ۱ انچ ہے۔ انکو اس طرح رکھا گیا کہ ان میں سے دو دوسرے دو دائروں کو مس کرتے ہیں اور بقیہ دو میں سے ہر ایک تین دائروں کو مس کرتا ہے: اس شکل معین کا رقبہ دریافت کرو جس کے زاویے انکے مرکزوں پر واقع ہوتے ہیں۔ (سرویئر اکونٹس گریڈ ۲)

۲۸ ــــ ا ب ایک دائرہ کا قطر ہے۔ ب ج ایسا وتر ہے جو ا پر ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے۔ ج د عمود ہے ا ب پر، اگر ا ج = ۱۰۱۴۳ انچ تو ا ب اور ا د دریافت کرو۔ [رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ]

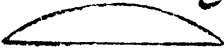
۲۹ ــــ کسی بندرگاہ سے ۴۲ میل کے فاصلہ پر ایک روشنی گھر بنوانا مطلوب ہے۔ آدمی کی اوسط بلندی ۶ فٹ فرض کیجائے تو بتاؤ کہ اس کی بلندی کتنی ہونی چاہیے تاکہ بندرگاہ سے روشنی عین نظر آسکے؟
[رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ]

باب چہاردہم

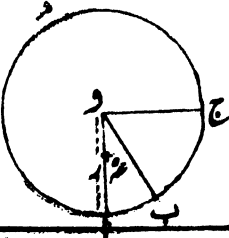
قطعہ دائرہ اور قطاع دائرہ

۸۳ - قطاع دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو دو نصف قطروں اور اُن کے درمیانی قوس سے گھری ہوئی ہوتی ہے (دیکھو شکل)۔

ان دو نصف قطروں کے درمیانی زاویہ کو قطاع کا زاویہ کہتے ہیں۔

قطعۂ دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو ایک وتر اور محیط کے اس قوس سے گھری ہوئی ہے جو وتر سے قطع ہوتا ہے (دیکھو شکل)

منطقہ دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو دو متوازی وتروں اور اُن سے قطع ہونے والے قوسوں سے گھری ہوئی ہوتی ہے (دیکھو شکل)۔

مسئلہ (۲۰)

۸۴ - قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ دائرہ کا نصف قطر اور قطاع کا زاویہ دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ و ا ب دائرہ ا ب ج د کا ایک قطاع ہے اور دائرہ کے نصف قطر و ا کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے

رہے۔ نیز فرض کرو کہ قطاع کے زاویہ ا و ب کا ناپ عہ° ہے۔
مطلوب یہ ہے کہ قطاع کا رقبہ ر اور عہ° کی رقوم میں دریافت کیا جائے
و ا پر و ج عمود نکالو۔
کسی دائرہ میں قطاعوں کے رقبے اُن کے زاویوں کے متناسب ہوتے ہیں۔ (اقلیدس۔ مقالہ ششم شکل ۳۳)

∵ دائرہ ا ب ج د میں قطاع و ا ب کا رقبہ : قطاع و ا ج کا رقبہ } = < ا و ب : < ا و ج

لیکن < ا و ج = ۹۰°

∴ قطاع و ا ج دائرہ ا ب ج د کا چوتھا حصہ ہے

∴ قطاع و ا ب کا رقبہ : $\frac{\text{دائرہ ا ب ج د کا رقبہ}}{۴}$ = < ا و ب : ۹۰°

یعنی قطاع و ا ب کا رقبہ : $\frac{۲۲}{۴}$ر² مربع اکائیاں = عہ° : ۹۰° ......دفعہ ۱۷۱

∴ قطاع و ا ب کا رقبہ = $\frac{\text{عہ}^{\circ}}{۳۶۰}$ × ۲۲ر² مربع اکائیاں

پس قاعدہ۔

دائرہ کے رقبہ کو $\frac{\text{عہ}^{\circ}}{۳۶۰}$ سے ضرب دینے سے قطاع کا رقبہ حاصل ہوتا ہے جہاں عہ قطاع کے زاویہ کو تعبیر کرتا ہے۔

یا مختصراً—

$$\text{قطاع کا رقبہ} = \frac{\text{قطاع کا زاویہ}}{۳۶۰} \times \text{دائرہ کا رقبہ}$$

$$\text{ق} = \frac{\text{عہ}}{۳۶۰} \cdot ۲۲\text{ر}^{۲} \quad ....(۱)$$

$$\text{اسلئے عہ} = ۳۶۰ \cdot \frac{\text{ق}}{۲۲\text{ر}^{۲}} \quad ....(۲)$$

$$\text{اور ر} = \sqrt{\frac{۳۶۰}{\text{عہ}} \cdot \frac{\text{ق}}{۲۲}} \quad ....(۳)$$

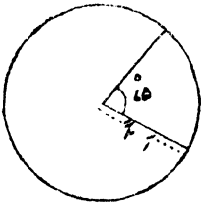
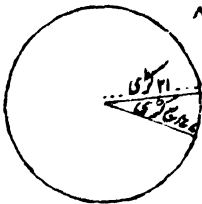
۸۵۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱: ۱۴ انچ نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کا زاویہ ۷۵° ہے ($\pi = \frac{22}{7}$)

قطاع کا رقبہ = $\frac{\text{عہ}}{۳۶۰} \pi$ ر² مربع اکائیاں ... دفعہ ۸۴

جہاں عہ = ۷۵°، $\pi = \frac{22}{7}$، ر = ۱۴"

∴ قطاع کا رقبہ = $\frac{۷۵}{۳۶۰} \times \frac{۲۲}{۷} \times (۱۴)^2$ مربع انچ

= $۱۲۸ \frac{۱}{۳}$ مربع انچ

مثال ۲: ایک قطاع کا رقبہ ۷۷ مربع کڑی اور نصف قطر ۲۱ کڑی ہے۔ قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔ ($\pi = \frac{22}{7}$)

قطاع کا زاویہ = ۳۶۰° × $\frac{\text{ق}}{\pi \text{ر}^2}$ .... دفعہ ۸۴

یہاں ق = ۷۷ مربع کڑی، $\pi = \frac{۲۲}{۷}$ اور ر = ۲۱ کڑی

∴ قطاع کا زاویہ = ۳۶۰° × $\frac{۷ \times ۷۷}{۲۱ \times ۲۱ \times ۲۲}$

= ۲۰°

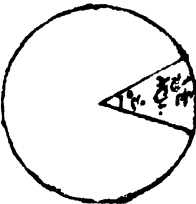
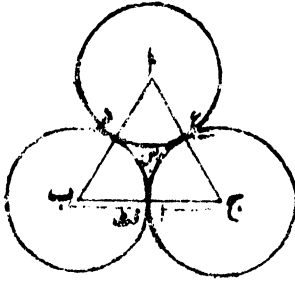
مثال ۳: ایک قطاع کا رقبہ ۴۴ مربع انچ اور اُس کا زاویہ ۴۰° ہے۔ قطاع کا نصف قطر دریافت کرو ($\pi = \frac{22}{7}$)

قطاع کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{۳۶۰}{\text{عہ}} \times \frac{\text{ق}}{\pi}}$ طولی اکائیاں ...... دفعہ ۸۴

یہاں عہ = ۴۰°، ق = ۴۴ مربع انچ اور $\pi = \frac{۲۲}{۷}$

∴ قطاع کا نصف قطر = $\sqrt{\frac{۳۶۰}{۴۰} \times \frac{۷ \times ۴۴}{۲۲}}$ انچ

= $\sqrt{۱۲۶}$ انچ

= ۱۱٫۲۲۵ انچ تقریباً

مثال ۱۲: تین مساوی دائروں کو اس طرح رکھا گیا کہ ہر ایک کا محیط بقیہ دو کو مس کرتا ہے اگر ہر ایک دائرہ کے قطر کا ناپ ۱ فٹ ہو تو ان کے اندر غیر واقع شدہ درمیانی جگہ کا رقبہ معلوم کرو (π = ۲۲/۷)

جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے اگر دائروں کے مرکز ا، ب، ج کو ملا دیا جائے تو بدیہاً ا ب ج ایک ایسا مثلث مساوی الاضلاع ہوگا جس کا ضلع = ۱ فٹ

∴ مثلث مساوی الاضلاع ا ب ج کا رقبہ = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ مربع فٹ .... دفعہ ۲۱

اب دائروں کے اندر واقع ہونے والی جگہ س = مثلث ا ب ج کا رقبہ − ۳ × قطاع ا د ع کا رقبہ

اور قطاع ا د ع کا رقبہ = $\frac{1}{6}$ × ۲۲/۷ × $(\frac{1}{2})^2$ مربع فٹ .... دفعہ ۱۷

(کیونکہ ∠ ب ا ج = ۶۰°)

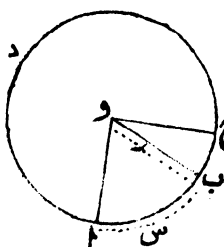
∴ س کا رقبہ = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ مربع فٹ − $\frac{1}{2}$ × $\frac{22}{7}$ × $\frac{1}{4}$ مربع فٹ

= ۳۶ √۳ مربع انچ − ۵۶٫۵۷۱۴۲۸ مربع انچ

= (۶۲٫۳۵۳ − ۵۶٫۵۷۱) مربع انچ تقریباً

= ۵٫۷۸۲ مربع انچ تقریباً

مسئلہ (۲۱)

۸۶ - قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کی قوس کا طول اور دائرہ کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ و ا ب دائرہ ا ب ج د کا ایک قطاع ہے
فرض کرو کہ قطاع کے قوس ا ب کا طول ج کسی طولی اکائی کے لحاظ سے س اور دائرہ ا ب ج د کا نصف قطر اسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر ہے مطلوب یہ ہے کہ قطاع کا رقبہ س اور ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔ و ا پر و ج علی القوائم کھینچو۔
کسی دائرہ میں قطعوں کے رقبے ان کی قوسوں کے متناسب ہوتے ہیں۔ .... (اقلیدس مقالہ ششم شکل ۳۳)

∴ دائرہ ا ب ج د میں قطاع و ا ب کا رقبہ : قطاع و ا ج کا رقبہ } = قوس ا ب : قوس ا ب ج

لیکن $<$ ا و ج = ۹۰°

∴ قطاع و ا ج دائرہ ا ب ج د کا چوتھا حصہ ہے
اور قوس ا ب ج محیط ا ب ج د کا چوتھا حصہ ہے

∴ قطاع و ا ب کا رقبہ : $\frac{\text{دائرہ ا ب ج د کا رقبہ}}{۴}$

= قوس ا ب : $\frac{\text{دائرہ ا ب ج د کا محیط}}{۴}$

یعنی—
قطاع و ا ب کا رقبہ : $\frac{\pi r^2}{4}$ = س : $\frac{2\pi r}{4}$ .... دفعات ۶۹، ۷۱

∴ قطاع و ا ب کا رقبہ = س × $\frac{\pi r^2}{4}$ × $\frac{4}{2\pi r}$ مربع اکائیاں

= $\frac{1}{2}$ س ر مربع اکائیاں

پس قاعدہ—
قطاع کے قوس میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کو نصف قطر میں کی اسی طولی اکائی کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کا نصف متناظر مربع اکائیوں میں اس کے رقبہ کو

تعبیر کرے گا۔

یا اختصاراً —

قطاع کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$ × قوس × نصف قطر

ق = $\frac{۱}{۲}$ س ر .... (۱)

اس لئے س = $\frac{۲ق}{ر}$ .... (۲)

اور ر = $\frac{۲ق}{س}$ .... (۳)

۸۷۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱: ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا نصف قطر ۲ فٹ ۸ انچ اور قوس ۱ گز ۲ فٹ ہے۔

قطاع کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$ س ر مربع اکائیاں ..... دفعہ ۸۶

یہاں ر = ۲ $\frac{۲}{۳}$ فٹ اور س = ۵ فٹ

∴ قطاع کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$ × ۵ × $\frac{۸}{۳}$ مربع فٹ

= ۶ $\frac{۲}{۳}$ مربع فٹ

= ۶ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ

مثال ۲: ایسے قطاع کی قوس کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۱۰ مربع گز ۶ مربع فٹ اور جس کا نصف قطر ۸ گز ہے۔

قوس کا طول = $\frac{۲ق}{ر}$ طولی اکائیاں ..... دفعہ ۸۶

یہاں ق = ۹۶ مربع فٹ اور ر = ۲۴ فٹ

∴ قوس کا طول = $\frac{۹۶ × ۲}{۲۴}$ فٹ

= ۸ فٹ

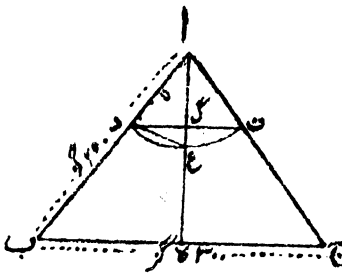
مثال ۳: ایک قطاع کا رقبہ ۴٫۸ مربع زنجیر اور اُس کی قوس کا طول ۶۰ کڑی ہے: نصف قطر معلوم کرو۔

قطاع کا نصف قطر = $\frac{۲ق}{س}$ طولی اکائیاں ..... دفعہ ۸۶

یہاں ق = ۴٫۸ مربع زنجیر اور س = ۰٫۶ زنجیر

∴ قطاع کا نصف قطر = $\frac{۲ \times ۴٫۸}{۰٫۶}$ زنجیر

= ۱۶ زنجیر

مثال ۴: مثلث مساوی الساقین کی وضع کے ایک میدان کی مساوی ساق کا طول ۲۵۰ گز ہے اور اس کا قاعدہ ۳۰۰ گز ہے۔ اُس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کا ایک سرا تو میدان کے راس پر ہے اور دُوسرا ایک گھوڑے کی ناک کے قریب باندھ دیا گیا ہو اس طرح کہ گھوڑا ٹھیک ٹھیک میدان کے پانچویں حصہ پر چر سکتا ہے۔

فرض کرو کہ △ ا ب ج میدان کو تعبیر کرتا ہے۔

اگر ا د سے مطلوبہ رسی کا طول تعبیر ہوتا ہو تو قطاع ا د ع ف اُس رقبہ کو تعبیر کرے گا جس پر کہ گھوڑا گھانس کھاتا ہے۔

ب ج پر ا ک عمود نکالو۔ د ع اور د ف کو ملاؤ اور فرض کرو کہ ا د کا ناپ لا گز ہے۔

اب، د ف اور د ع دونوں کو لا کی رقوم میں دریافت کرنا ضروری ہوگا تاکہ قوس د ع ف کا طول لا کی رقوم میں اور پھر قطاع ا د ع ف کا رقبہ لا کی رقوم میں بیان کیے جا سکیں۔

د ف کو معلوم کرنے کے لیے متشابہ مثلثات سے حاصل ہوتا ہے کہ

د ف : ب ج = ا د : ا ب .... دفعہ ۶۴

$$\therefore\ د ف = \frac{۳۰۰\ لا}{۲۵۰}\ گز$$

$$= \frac{۶\ لا}{۵}\ گز$$

د ع دریافت کرنے کے لیے متشابہ مثلثات سے حاصل ہوتا ہے کہ

ا گ : ا د = ا ہ : ا ب .... دفعہ ۶۴

لیکن ا ہ = $\sqrt{(۲۵۰)^۲ - (۱۵۰)^۲}$ گز .... دفعہ ۶۴

$$= \sqrt{۴۰۰ \times ۱۰۰}\ گز$$

$$= ۲۰۰\ گز$$

$$\therefore\ ا گ = \frac{۲۰۰\ لا}{۲۵۰}\ گز$$

$$= \frac{۴\ لا}{۵}\ گز$$

$$\therefore\ گ ع = ا ع - ا گ = \left(لا - \frac{۴\ لا}{۵}\right)\ گز$$

$$= \frac{لا}{۵}\ گز$$

اب د ع^۲ = د گ^۲ + گ ع^۲ .... دفعہ ۱۶

$$\therefore\ د ع = \sqrt{\left(\frac{۳\ لا}{۵}\right)^۲ + \left(\frac{لا}{۵}\right)^۲}\ گز$$

$$= \frac{لا \sqrt{۱۰}}{۵}\ گز$$

اس لیے قوس د ع ف کا طول = $\frac{۱}{۳}$ (۸ × د ع - د ف) .... دفعہ ۸۱

$$= \frac{۱}{۳}\left(۸ \times \frac{\sqrt{۱۰}\ لا}{۵} - \frac{۶\ لا}{۵}\right)\ گز$$

اور قطاع ا د ع ف کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$ × ا د × قوس د ع ف ... دفعہ ۸۶

$$= \frac{۱}{۲} \times لا \times \frac{۱}{۳}\left(\frac{۸\ لا \sqrt{۱۰}}{۵} - \frac{۶\ لا}{۵}\right)\ مربع گز$$

لیکن قطاع ا د ع ف کا رقبہ $= \frac{۲}{۵} \times \triangle$ ا ب ج کا رقبہ

$= \frac{۲}{۵} \times \frac{ج}{۴}\sqrt{۴ر^{۲} - ج^{۲}}$ مربع گز ..... دفعہ ۲۴

جہاں ج = ۳۰۰ اور ر = ۲۵۰

$\therefore$ یہ رقبہ $= \frac{۲}{۵} \times \frac{۳۰۰}{۴}\sqrt{(۵۰۰)^{۲} - (۳۰۰)^{۲}}$ مربع گز

$= \frac{۲}{۵} \times \frac{۳۰۰}{۴} \times ۴۰۰$ مربع گز

$= ۶۰۰۰$ مربع گز

$\therefore \frac{۱}{۲} \times ل \times \frac{۱}{۳}\left(\frac{۸ل\sqrt{۱۰}}{۵} - \frac{۹ل}{۵}\right) = ۶۰۰۰$

$\therefore \frac{ل^{۲}}{۱۵}\left(۴\sqrt{۱۰} - ۳\right) = ۶۰۰۰$

$\therefore ل^{۲} = \frac{۹۰۰۰۰}{۴\sqrt{۱۰} - ۳}$

$= \frac{۹۰۰۰۰\left(۴\sqrt{۱۰} + ۳\right)}{۱۶۰ - ۹}$

$= \frac{۱۵٫۶۴۹۰ \times ۹۰۰۰۰}{۱۵۱}$

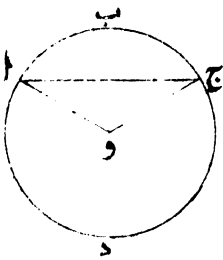
$= \frac{۱۴۰۸۴۱}{۱۵۱}$ تقریباً

$= ۹۳۲۷$ تقریباً

$\therefore ل = ۹۶$ تقریباً

اس سے رسی کا مطلوبہ طول = ۹۶ گز تقریباً

مسئلہ (۲۲)

۸۸ــــ قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا۔

جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے کوئی وتر ا ج دائرہ ا ب ج د کو دو قطعات میں منقسم کرتا ہے۔

(۱) قطعہ ا ج ب جو نصف دائرہ سے چھوٹا ہے اور جس کو ہم قطعۂ صغیر کہیں گے۔

(۲) قطعہ ا ج د جو نصف دائرہ سے بڑا ہے اور جس کو ہم قطعہ کبیر کہیں گے۔

یہ بھی ظاہر ہے کہ۔

(۱) قطعہ صغیر ا ج ب کا رقبہ = قطاع و ا ب ج کا رقبہ - △ و ا ج کا رقبہ

(۲) قطعۂ کبیر ا ج د کا رقبہ = قطاع و ا د ج کا رقبہ + △ و ا ج کا رقبہ

پس قاعدہ —

قطعۂ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کا قوس وہی ہے اور پھر اس میں سے نصف قطروں اور وتر سے بننے والے مثلث کا رقبہ تفریق کرو یا اس میں جمع کرو بلحاظ اس کے کہ قطعہ نصف دائرہ سے چھوٹا یا بڑا ہو

یا مختصراً —

قطعہ کا رقبہ = قطاع کا رقبہ ∓ مثلث کا رقبہ

۸۹ — توضیحی مثالیں

مثال ۱: ایک دائرہ کا نصف قطر ۸ فٹ اور قطاع کا زاویہ ۶۰° ہے

قطعہ کا رقبہ دریافت کرو ($\pi = \frac{22}{7}$)

قطعہ ا ج ب کا رقبہ = قطاع و ا ب ج کا رقبہ

- △ و ا ج کا رقبہ - دفعہ ۸۸

اب قطاع و ا ب ج کا رقبہ = $\frac{60^\circ}{360} \times \pi$ ر^2 مربع اکائیاں

.... دفعہ ۸۴

جہاں ھ = ۶۰° ، ر = ۸ فٹ

∴ قطاع و ا ب ج کا رقبہ = $\frac{۶۰}{۳۶۰} \times \frac{۲۲}{۷} \times ۸^2$ مربع فٹ

= $\frac{۷۰۴}{۲۱}$ مربع فٹ

= ۳۳٫۵۲۳ مربع فٹ تقریباً

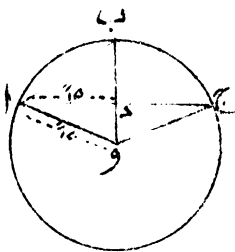
اور △ و ا ج کا رقبہ = $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ ا² مربع اکائیاں .... دفعہ ۲۱

یہاں ا = ۸ فٹ

∴ △ و ا ج کا رقبہ = ۲۷٫۷۱۲ مربع فٹ تقریباً

اس لیے قطعہ کا رقبہ = (۳۳٫۵۲۳ − ۲۷٫۷۱۲) مربع فٹ تقریباً

= ۵٫۸۱۱ مربع فٹ تقریباً

مثال ۲: ۱۷ انچ نصف قطر کے دائرہ میں ۳۰ انچ طول کے وتر سے ایک قطعہ کاٹا گیا: قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

قطعہ ا ج ب = قطاع و ا ب ج − △ و ا ج

... دفعہ ۸۸

اب △ و ا ج = ½ × ا ج × و د مربع اکائیاں

دفعہ ۲۰

یہاں ا ج = ۳۰ انچ

اور و د = $\sqrt{و ا^2 - ا د^2} = \sqrt{۱۷^2 - ۱۵^2} = ۸$ .... دفعہ ۱۶

∴ △ و ا ج = ½ × ۳۰ × ۸ مربع انچ

= ۱۲ مربع انچ

اور قطاع و ا ب ج = ½ × قوس × نصف قطر .... دفعہ ۸۶

= ½ س ر مربع انچ

یہاں ر = ۱۷

اور س = (۸ص - ۲ت)/۳ .... دفعہ ۸۱

= (۸ × ...۴۹ء۱۷ - ۳۰)/۳ .... دفعہ ۱۶

= ۶۴ء۳۶ تقریباً

∴ قطاع و ا ب ج = ۱/۲ × ۶۴ء۳۶ × ۱۷ مربع انچ تقریباً

= ۴۴ء۳۱۱ مربع انچ تقریباً

پس —

قطعہ ا ج ب = (۴۴ء۳۱۱ — ۱۲۰) مربع انچ تقریباً

= ۴۴ء۱۹۱ مربع انچ تقریباً

مثال ۳: ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ ۳۰ انچ اور جس کا ارتفاع ۹ انچ ہے۔

ص۲ = ۲ ع ر .... دفعہ ۷۷

اور ص۲ = ت۲ + ع۲ ..... دفعہ ۱۶

∴ ۲ ع ر = ت۲ + ع۲

∴ ر = (ت۲ + ع۲)/۲ع = ((۱۵)۲ + (۹)۲)/(۲ × ۹) = ۱۷

یعنی دائرہ کا نصف قطر = ۱۷ انچ

اب سابقہ مثال کی طرح عمل کرنے سے معلوم ہوگا کہ قطعہ کا رقبہ تقریباً ۴۴ء۱۹۱ مربع انچ ہے۔

مثال ۴: ۹۰° کی ایک مستدیر کمان کا فصل ۱۲۰ فٹ ہے: قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

قطعہ ا ب ج = قطاع و ا ب ج — △ و ا ج ..... دفعہ ۸۸

اب > ا و ج = ۹۰°

∴ و د = ا د = ۶۰ فٹ

اور و ا = ا د $\sqrt{۲}$ = ۶۰ $\sqrt{۲}$ فٹ .... دفعہ ۱۷

پھر قطاع و ا ب ج = دائرہ کا $\frac{۱}{۴}$

∴ قطاع و ا ب ج کا رقبہ = $\frac{\pi ر^{۲}}{۴}$ مربع فٹ ...... دفعہ ۱۷

جہاں ر = ۶۰ $\sqrt{۲}$

اور △ و ا ج کا رقبہ = $\frac{۱}{۲}$ ص ع مربع فٹ .... دفعہ ۲۰

جہاں ص = ۱۲۰ اور ع = ۶۰

∴ قطعہ کا رقبہ = $\left(\frac{۲۲}{۷} \times \frac{۲ \times ۶۰^{۲}}{۴} - \frac{۱}{۲} \times ۱۲۰ \times ۶۰\right)$ مربع فٹ

= ($۵۶۵۷\frac{۱}{۷}$ − ۳۶۰۰) مربع فٹ

= $۲۰۵۷\frac{۱}{۷}$ مربع فٹ

مثال ۱۵ ۔ اُس مربع کے ضلع کا طول معلوم کرو جو ایک ایسے قطعہ دائرہ میں بنایا گیا ہو جس کا وتر ۱۲ انچ اور ارتفاع ۴ انچ ہے۔

فرض کرو کہ مربع کے ہر ضلع کا ناپ لا انچ ہے ۔

تب جیساکہ شکل سے ظاہر ہے۔

ل ف = لا انچ

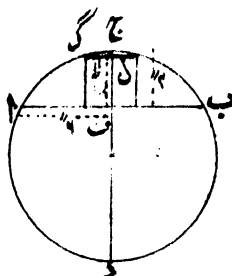
ا ب = ۱۲ انچ

ج ف = ۴ "

اب، د ف × ف ج = ا ف² .... اقلیدس مقالہ سوم شکل ۳۵

∴ د ف = $\frac{(۶)^{۲}}{۴}$ انچ

= ۹ انچ

∴ د ل = د ف + ف ل = (۹ + لا) انچ

اور ج ل = (۴ − ۵) انچ

لیکن ج ل × ل د = گ ل^{۲} ..... اقلیدس مقالۂ سوم شکل ۳۵

$$\therefore\ (۴ - لا)(۹ + لا) = \frac{لا^{۲}}{۴}$$

$$\therefore\ ۳۶ - ۵\,لا - لا^{۲} = \frac{لا^{۲}}{۴}$$

$$\therefore\ ۱۴۴ - ۲۰\,لا - ۴\,لا^{۲} = لا^{۲}$$

$$لا^{۲} + ۴\,لا = \frac{۱۴۴}{۵}$$

اس مساوات کو حل کرنے سے معلوم ہوگا کہ ——

لا = ۳٫۲۷ تقریباً

اس لئے مربع کے ہر ضلع کا ناپ تقریباً ۳٫۲۷ انچ ہے۔

مسئلہ ۲۳

۹۰۔ قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ وتر اور قوس کے ارتفاع دیے ہوئے ہوں

قاعدہ ——

قوس کے وتر میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کے ربع میں ارتفاع میں کی انہی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کا $\frac{۲}{۵}$ جمع کرو۔ پھر حاصل جمع کے جذر المربع کو ارتفاع میں کی انہی طولی اکائیوں کی تعداد کے $\frac{۴}{۳}$ سے ضرب دو۔ یہ حاصل ضرب قطعہ کے رقبہ کو متناظر مربع اکائیوں میں ظاہر کریگا۔

یا اختصاراً ——

$$\text{قطعہ کا رقبہ} = \frac{۴}{۳}\ \text{ارتفاع}\ \sqrt{\frac{۱}{۴}\ \text{وتر}^{۲} + \frac{۲}{۵}\ \text{ارتفاع}^{۲}}$$

$$ق = \frac{۴}{۳}\ ع\ \sqrt{\frac{۱}{۴}\ \overline{ت}^{۲} + \frac{۲}{۵}\ ع^{۲}}$$

اس ضابطہ کا ثبوت اعلیٰ ریاضی پر مبنی ہے اس لئے اسے یہاں

نہیں دیا جائے گا۔

قطعہ کا رقبہ جو اس ضابطہ سے حاصل ہوگا وہ اُس کے حقیقی رقبہ سے قدرے زیادہ ہوتا ہے۔ لیکن غلطی بالکل خفیف سی ہوتی ہے، خاص کر جبکہ قوس کا مرکزی زاویہ چھوٹا ہے۔

نوٹ۔ دوسرے طریقے کے لئے دفعہ ۹۸ کی مثال ۳ ملاحظہ ہو۔

۹۱۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ دو مساوی دائرے اس طرح ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں کہ ہر ایک کا محیط دوسرے کے مرکز میں سے گزرتا ہے۔ اگر ہر ایک دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہو تو اس جگہ کا رقبہ دریافت کرو جو دونوں دائروں میں مشترک ہے۔

دونوں دائروں میں مشترک جگہ کا رقبہ = ۲ ×

قطعہ ا ج ب کا رقبہ

$$= ۲ \times \frac{۴}{۳}\, \text{ع} \sqrt{\frac{۱}{۴}\,\text{ت}^{۲} + \frac{۲}{۵}\,\text{ع}^{۲}}$$

مربع فٹ ..... دفعہ ۹۰

جہاں ع = ب د میں فٹ کی تعداد

اور ت = ا ج " "

اب ب د = $\frac{۱}{۲}$ ب ل = $\frac{۱}{۲}$ فٹ

∴ ع = $\frac{۱}{۲}$ فٹ

اور نیز ا د^{۲} = ا ب^{۲} − ب د^{۲} .... دفعہ ۱۶

∴ $\left(\frac{\text{ت}}{۲}\right)^{۲} = ۱^{۲} - \left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲} = \frac{۳}{۴}$

∴ ت = $\sqrt{۳}$

اس لئے

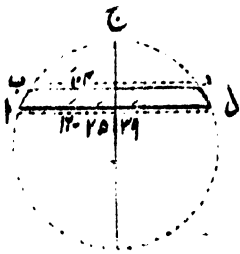
$$\text{مطلوبہ رقبہ} = ۲ \times \frac{۴}{۳} \times \frac{۱}{۲} \times \sqrt{\left\{\frac{۱}{۴}\left(\sqrt{۳}\right)^{۲} + \frac{۲}{۵}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}\right\}}$$ مربع فٹ

= ۴/۳ √(۳/۴ + ۱/۱۰) مربع فٹ

= ۴/۳ √(۱۷/۲۰) مربع فٹ

= ۴/۳ × ۰ء۹۲۲ مربع فٹ تقریباً

= ۱ء۲۲ مربع فٹ تقریباً

مثال ۱۷: اگر ایک منطقہ کے دو متوازی وتروں کے طول جو مرکز کے ایک جانب واقع ہیں ۱۲۰ فٹ اور ۱۰۴ فٹ ہوں اور مرکز سے اُن کے فاصلے ۲۵ فٹ اور ۳۹ فٹ ہوں تو منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

منطقہ اب دل کا رقبہ = قطعہ اجل کا رقبہ ـ قطعہ ب ج د کا رقبہ

اب قطعہ اجل کا رقبہ = ۴/۳ ع √(۱/۴ ت² + ۲/۵ ع²) مربع فٹ .... دفعہ ۹۰

جہاں ت = ۱۲۰

اور ع (۵۰ + ع) = ۶۰ × ۶۰ یعنی ع = ۴۰

∴ قطعہ اجل کا رقبہ = ۴/۳ × ۴۰ × √((۶۰)² + ۲/۵ (۴۰)²) مربع فٹ

= ۳۴۷۲ء۷ مربع فٹ تقریباً

اور قطعہ ب ج د کا رقبہ = ۴/۳ ع √(۱/۴ ت² + ۲/۵ ع) مربع فٹ ..... دفعہ ۹۰

جہاں ت = ۱۰۴ اور ع (۷۸ + ع) = ۵۲ × ۵۲ یعنی ع = ۲۶

∴ قطعہ ب ج د کا رقبہ = ۴/۳ × ۲۶ × √((۵۲)² + ۲/۵ (۲۶)²) مربع فٹ

= ۱۸۹۰ء۶ مربع فٹ تقریباً

پس منطقہ اب دل کا رقبہ = (۳۴۷۲ء۷ - ۱۸۹۰ء۶) مربع فٹ تقریباً

= ۱۵۸۲ء۱ مربع فٹ تقریباً

امثلہ نمبری (۱۴)

قطاع دائرہ

($\pi = \frac{22}{7}$)

۱ - ۱۶ انچ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے زاویہ کا ناپ ۹۰° ہے۔

۲ - ۳ فٹ ۴ انچ نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ ۴۵° ہے۔

۳ - ۴ گز نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کے زاویہ کا ناپ ۶° ۴۰′ ہے۔

۴ - ۱۳ زنجیر ۵۰ کڑی نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ ۱۳° ۷′ ۳۰″ ہے۔

۵ - ایک قطاع کا رقبہ ۴۰ مربع فٹ ہے اور نصف قطر ۱۵ فٹ، قطاع کا زاویہ دریافت کرو۔

۶ - ایک قطاع کا رقبہ ۸۰ مربع فٹ اور نصف قطر ۱۶ فٹ ہے، قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔

۷ - ایک قطاع کا رقبہ ۸ مربع فٹ اور زاویہ ۴۵° ہے، قطاع کا نصف قطر دریافت کرو۔

۸ - ایک قطاع کا رقبہ ۳۶ مربع انچ اور زاویہ ۷۰° ہے، قطاع کا نصف قطر معلوم کرو۔

۹ - ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا نصف قطر ۱۵ انچ اور قوس ۲۸ انچ ہے۔

۱۰ - ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے نصف قطر کا ناپ ۳ گز ۲ فٹ اور اور جس کا قوس ۴ گز ۱ فٹ ہے۔

۱۱ - ایسے قطاع کے قوس کا طول معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۵ مربع فٹ اور نصف قطر ۶ فٹ ہے۔

۱۲ - ایک ایسے قطاع کے قوس کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۳ مربع فٹ ۷۲ مربع انچ اور نصف قطر ۴ گز ۲ فٹ ہے۔

۱۳- ایک قطاع کے رقبہ کا ناپ ۲۴ مربع انچ اور اُس کے قوس کا طول ۸ انچ ہے، اس کا نصف قطر دریافت کرو۔

۱۴- ایک قطاع کا رقبہ ۲ مربع فٹ ۱۰۸ مربع انچ اور اس کے قوس کا طول ۵ فٹ ۶ انچ ہے، اس کا نصف قطر معلوم کرو۔

۱۵- ایک قطاع کا رقبہ ۷۵ مربع انچ اور دائرہ کا رقبہ ۱۲۵ مربع انچ ہے قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔

۱۶- ایک قطاع کا وتر ۶ انچ اور نصف قطر ۵ انچ ہے، رقبہ معلوم کرو۔

۱۷- ایک قطاع کا رقبہ ۲۴۰ مربع فٹ اور دائرہ کا رقبہ ۹۶۰ مربع فٹ ہے، قوس کا طول دریافت کرو۔ $\pi = 3.14159$

۱۸- ایک دائرہ کے رقبہ کا ناپ ۱ ایکڑ ہے، اُس کے ایک ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کا زاویہ $75°$ ہے۔

قطعۂ دائرہ

$$\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$$

۱۹- کسی دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ اور قطاع زاویہ $90°$ ہے، قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۰- ۲ فٹ ۶ انچ نصف قطر کے دائرہ کے ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کے محاذی دائرہ کے مرکز پر $120°$ کا زاویہ بنتا ہے۔

۲۱- ایک ایسے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ $5\frac{1}{2}$ فٹ ہے، اور جس کے سامنے مرکز پر $90°$ کا زاویہ بنتا ہے۔

۲۲- ایک قطعہ کا وتر ۸ زنجیر ۴۰ کڑی ہے اور اُس کے محاذی دائرہ کے مرکز پر $90°$ کا زاویہ بنتا ہے، قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۳- $1\frac{1}{2}$ زنجیر نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطعہ کا رقبہ معلوم کرو جس کا وتر دائرہ کے نصف قطر کے برابر ہے۔

۲۴- ۱۰ انچ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے

متوازی وتر مرکز کے ایک ہی جانب ہیں اور جن سے کے محاذی مرکز پر بالترتیب °۹۰ اور °۶۰ کے زاویے بنتے ہیں۔

۲۵۔ ۸ فٹ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی وتر مرکز کے مقابل جانبوں میں واقع ہیں اور ان سے مرکز پر بالترتیب °۹۰ اور °۱۲۰ کے زاویے بنتے ہیں۔

۲۶۔ ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ ۸ گز اور جس کا ارتفاع ۲ گز ہے (دفعہ ۹۰ استعمال کرو)

۲۷۔ °۹۰ کی ایک مستدیر کمان کا فصل ۱۴۰ فٹ ہے: قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۸۔ ازنجیر ۳۰ کڑی نصف قطر کے دائرہ کو ۱ زنجیر طول کے وتر سے قطع کیا جائے تو بڑے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

سوالات امتحانات (ط کو $\frac{22}{7}$ ازناہے)

[ط = $\frac{22}{7}$ جبکہ اس کی کوئی اور قیمت نہ دی جائے]

۱۔ ۱ فٹ نصف قطر کے تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں: انکی درمیانی منحنی شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ ط = ۳٫۱۴۱۵۹

(جامعۂ الہ آباد: میٹریکولیشن)

۲۔ ۱ فٹ قطر کی مقوا کی ایک مدور تختی کو ۶ مساوی قطاعوں میں مرکزی خطوط سے منقسم کیا گیا۔ ہر ایک قطاع میں ایک دائرہ کھینچا گیا جو اس کے سرحدی نصف قطروں کو اور ان کے سروں کو ملانے والی قوس کے نقطۂ وسطی کو مس کرتا ہے۔ اگر ان چھ قطاعوں میں سے دائروں کو کاٹ لیا جائے تو بقیہ مقوہ کا رقبہ دریافت کرو

(جامعۂ پنجاب: میٹریکولیشن)

۳۔ ایک مثلث مساوی الاضلاع کا رقبہ ۱۷۳۲٫۰۵ مربع فٹ ہے۔ اس کے ہر ایک زاویئی نقطہ کو مرکز اور مثلث کے نصف ضلع کے طول کو قطر مانکر

ایک ایک دائرہ کھینچا گیا۔ تینوں دائروں کی درمیانی جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔
(π = ۳٫۱۴۱۵۹)

(جامعۂ پنجاب : میٹری کیولیشن)

۴ ۔۔ ۵۳ فٹ نصف قطر کے دائرے کے ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ °۱۵ ہے۔

(جامعۂ کلکتہ : میٹری کیولیشن)

۵ ۔۔ کسی دائرہ کے ایک وتر کے مقابل مرکز پر °۶۰ کا زاویہ بنتا ہے؛ اگر وتر کا طول ۱۰۰ ہو تو اُن دونوں قطعات کے رقبے دریافت کرو جن میں کہ وتر دائرہ کو منقسم کرتا ہے۔ (جامعۂ کلکتہ : میٹری کیولیشن)

۶ ۔۔ ایک مثلث مساوی الاضلاع کی وضع کے ایک میدان کا رقبہ نصف ایکڑ ہے: اُس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کا ایک سرا تو مثلث کے ایک زاویہ پر اور دوسرا ایک گھوڑے کی ناک کے قریب اس طرح باندھا گیا ہو کہ وہ میدان کے ٹھیک نصف حصہ پر چر سکے؟

(یوریپین اسکولز: فائینل۔ صوبجات متحدہ)

۷ ۔۔ ایک دائرہ کے قوس کا طول ۱۴ فٹ اور نصف قطر ۱۰ فٹ ہے: قطاع کا رقبہ معلوم کرو۔

(مدراس ٹکنیکل : ابتدائی)

۸ ۔۔ ایک قطاع کا رقبہ معلوم کرو جبکہ نصف قطر ۵۰ فٹ اور قوس کا طول ۱۶ فٹ ہے۔ (" ایضاً ")

۹ ۔۔ ۶ فٹ نصف قطر کے ایک دائرے کے ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کی قوس کا وتر ۸ فٹ ہے۔

(" ایضاً ")

(رُڑکی انجینیر : داخلہ)

۱۰ ۔۔ ۱۰ فٹ نصف قطر کے ایک رُبع دائرہ کے سرحدی نصف قطروں کو قطر مانکر دو دائرے کھینچے جائیں تو اُس شکل کا رقبہ دریافت کرو جو دونوں دائرو

میں مشترک ہے۔ (π = ۳٫۱۴۱۵۹)

۱۱۔ اس جگہ کا رقبہ دریافت کرو جو ایسے چار متقاطع دائروں میں مشترک ہے جن کے مرکز ایک مربع کے زاویئی نقاط پر ہیں اور جن کے نصف قطر مربع کے ضلع کے برابر ہیں۔

۱۲۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۷۵ ہے۔ اُس دائرہ کے منطقہ کا ایک متوازی وتر، قطر پر منطبق ہوتا ہے اور اس کا دوسرا وتر نصف قطر کے برابر ہے: منطقہ کا رقبہ کیا ہے؟ (π = ۳٫۱۴۱۵۹)

۱۳۔ دائرہ کے ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جو ایسے دو متوازی وتروں کے درمیان ہے جن کے طول ۹۶ اور ۶۰ انچ اور جن کا درمیانی فاصلہ ۲۶ انچ ہے۔

۱۴۔ ایک قطعہ دائرہ کا رقبہ جو نصف دائرہ سے چھوٹا ہے ایک مربع انچ ہے۔ اس کے قوس کا طول $۲\frac{۱}{۲}$ انچ اور قوس کے ایک سرے سے قطر پر کے عمود کا طول جو دوسرے سرے میں سے گزرتا ہے $\frac{۱}{۲}$ انچ ہے: دائرہ کا نصف قطر کیا ہے؟

۱۵۔ کسی شخص کا سبزہ زار مستدیر وضع کا ہے اُس کو وہ ربعات میں تقسیم کرتا ہے اور ہر ایک ربع میں ۱۰ فٹ عرض کا ایسا دائرہ نما راستہ بناتا ہے جس کا بیرونی کنارہ ربع کے قوس اور اُس کے دونوں نصف قطروں کو مس کرتا ہے۔ اگر بڑے دائرہ کا نصف قطر ۱۰۰ فٹ ہو تو گھانس سے ڈھکی ہوئی زمین کا مجموعی رقبہ دریافت کرو۔

۱۶۔ ایک دائرہ کا قطر ۲۰ ہے اس کے ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی وتر ۱۲ اور ۱۶ ہیں اور دونوں قطر کے ایک ہی جانب واقع ہیں۔

۱۷۔ ایک مربع کا ضلع دریافت کرو جو ایسے قطعہ دائرہ میں بنایا گیا ہو جس کا وتر ۲۰ اور ارتفاع ۵ انچ ہے۔

۱۸۔ اگر ایک دائرہ کا مرکز جس کا قطر ۲۰ ہے دوسرے ایسے دائرہ کے

محیط میں واقع ہو جس کا قطر ۴۰ ہے تو دائروں سے گھرے ہوئے تین حصّوں کے رقبے دریافت کرو۔

۱۹ - ایک دائرہ کا قطر ۲۵ اور مرکز کے ایک ہی جانب اُس کے دو متوازی وتر ۲۰ اور ۱۵ ہیں: اُن کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۰ - ایک منطقہ کے دو متوازی وتروں کے طول جو مرکز کے مقابل جانبوں میں واقع ہوتے ہیں ۱۸ اور ۲۴ ہیں اور مرکز سے اُنکے فاصلے ۱۲ اور ۹ ہیں: منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۱ - ایک گھڑی کے گھنٹہ اور منٹ کی سوئیوں کے طول بالترتیب ۱۰ اور ۱۳ انچ ہیں: ۱۱ گھنٹہ ۴۸ منٹ اور ۱۲ گھنٹہ ۱۴ منٹ کے درمیان سوئیوں سے بننے والے قطاعوں کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔

۲۲ - اُس بڑے سے بڑے مربع کا رقبہ دریافت کرو جو ایک ایسے قطعہ میں سے کاٹا جا سکتا ہے جس کا وتر ۱۶ اور ارتفاع ۴ ہے۔

۲۳ - ایک دائرہ کے قوس کا وتر ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۴ فٹ دیے ہوئے ہیں۔ قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۴ - مثلث، منتظم کثیر الاضلاع اور قطاع دائرہ کے رقبے دریافت کرنے کے ضوابط لکھو۔

(رُڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۲۵ - تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو اس طرح قطع کرتے ہیں کہ ہر ایک کا محیط دوسرے دونوں دائروں کے مرکزوں میں سے گزرتا ہے: اُس شکل کا رقبہ دریافت کرو جو تینوں دائروں میں مشترک ہے۔

۲۶ - ایک قطاع کا وتر ۶ انچ اور نصف قطر ۹ انچ ہے: قطاع کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۷ - ایک میدان کی وضع مثلث مساوی الساقین ہے جس کا قاعدہ ۵۰۰ گز اور ضلع ۸۰۰ گز ہے: ایک گھوڑے کو مثلث کے راس پر باندھنے کے لئے کس قدر طول کی رسی کی ضرورت ہوگی تاکہ وہ ۱۰۰۰ مربع گز پر چر سکے؟

۲۸۔ دو لڑکے جو ۳۰ فٹ بلند کمرہ کے اندر سیب ڈھکیلنے کا کھیل کھیل رہے ہیں معلوم کرتے ہیں کہ اگر وہ ایک دوسرے سے ۱۲ فٹ کے فاصلہ پر کھڑے ہوں تو سیب جو ایک ڈوری کے ذریعہ چھت سے لٹک رہا ہے ہر ایک کے منہ تک عین پہنچتا ہے: اُس قطاع کا رقبہ دریافت کرو جو سیب اور ڈوری سے بنتا ہے جبکہ فرش سے ہر لڑکے کے منہ کی بلندی ۴ فٹ ہے۔

۲۹۔ ایک دائرہ کا نصف قطر $2\frac{1}{2}$ انچ ہے۔ اِس کے اندر دو متوازی خطوطِ مستقیم کھینچے گئے جن میں سے ہر ایک مرکز سے ایک انچ کے فاصلہ پر ہے: دائرہ کے اُس حصہ کا رقبہ دریافت کرو جو ان خطوط کے درمیان ہے۔

۳۰۔ ایک دائرہ کا محیط ۱۱ فٹ ہے: نصف قطر کا طول اور ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جو نصف قطر کے مساوی طول کے وتر سے قطع ہوتا ہو۔

۳۱۔ قطاع کا رقبہ اور قطاع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا وتر ۲۴ اور ارتفاع ۶ ہے۔

۳۲۔ ایک روپیہ کا قطر $1\frac{1}{4}$ انچ ہے: اگر ایسے تین سکوں کو میز پر اس طرح رکھا جائے کہ ہر ایک کا کنارہ باقی دو سے مس کرے تو اُن کی درمیانی مشترکہ جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۳۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فٹ ہے۔ دو متوازی وتر کھینچے گئے جن میں سے ہر ایک نصف قطر کے برابر ہے: وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔ $\pi = 3.14159$

۳۴۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے۔ مرکز کے ایک ہی طرف دو متوازی وتر کھینچے گئے جن میں سے ایک تو مرکز پر 90° کا زاویہ اور دوسرا 60° کا زاویہ بناتا ہے: وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۵۔ ۱۲ نصف قطر کے دائرہ کے ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا وتر ۱۶ ہے۔

۳۶۔ اُس قطاع دائرہ کا رقبہ کیا ہے جس کے قوس کا ناپ ۱۰ فٹ ہے اور مرکز پر 24° کا زاویہ بناتا ہے۔

(رڑکی انجینیر: فائینل)

۳۷ — ۱ انچ نصف قطر کے دو مساوی دائرے ایک دوسرے سے ۲ انچ کے فاصلہ پر ہیں۔ اور ایک ڈوری اُنکے گرد اس طرح کسی گئی ہے کہ وہ دائروں کے وسط میں قطع کرتی ہے، ڈوری کا طول اور اُس سے گھِرا ہُوا رقبہ دریافت کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۵۹)

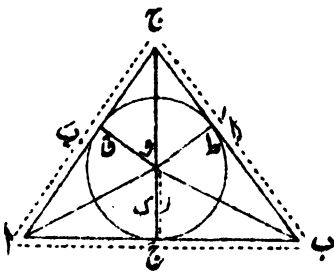
۳۸ — ۱۰ فٹ قطر کا ایک دائرہ دوسرے دائرہ کے ایک قطر کے سروں میں سے گزرتا ہے اور ایک نصف قطر کی زاویۂ قائمہ پر تنصیف کرتا ہے: اُس حصہ کا رقبہ دریافت کرو جو دونوں میں مشترک ہے۔ (π = ۳٫۱۴۱۵۹)

۳۹ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فٹ ہے۔ مرکز کے ایک ہی جانب دو متوازی وتر کھینچے گئے جن میں سے ایک کے سامنے مرکز پر ۶۰° کا زاویہ اور دوسرے کے محاذی ۱۲۰° کا زاویہ بنتا ہے، وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

باب پانزدہم

مثلثوں کے اندرونی اور بیرونی دائرے

مسئلہ (۲۴)

۹۲ - مثلث کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر معلوم کرنا جبکہ مثلث کے اضلاع کے طول دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ مثلث ا ب ج کے اندرونی دائرہ ط ق ک کا مرکز و ہے۔
تب اگر اس دائرہ اور مثلث کے نقاطِ تماس ط، ق، ک ہوں تو وط، وق اور وک اندرونی دائرہ کے نصف قطر ہونگے اور یہ بالترتیب ب ج، ج ا اور ا ب پر عمود ہونگے۔ (اقلیدس مقالۂ چہارم شکل ۴)

فرض کرو کہ دائرہ ط ق ک کے نصف قطر وک کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ر اور ب ج، ج ا، ا ب کے ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب اَ، بَ، جَ ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ ر کی قیمت اَ، بَ، جَ کی رقوم میں دریافت کی جائے۔

وا، وب، وج کو ملاؤ۔

اب —

△ ا ب ج کا رقبہ = △ ب و ج کا رقبہ + △ ج و ا کا رقبہ + △ ا و ب کا رقبہ

= $\frac{1}{2}$ وط × ب ج + $\frac{1}{2}$ وق × ج ا + $\frac{1}{2}$ وک × ا ب .... دفعہ ۲۰

= ($\frac{1}{2}$ ر × اَ + $\frac{1}{2}$ ر × بَ + $\frac{1}{2}$ ر × جَ) مربع اکائیاں

= $\frac{1}{2}$ ر (اَ + بَ + جَ) مربع اکائیاں

= ر × $\frac{\text{اَ + بَ + جَ}}{2}$ مربع اکائیاں

= ر ص مربع اکائیاں .... دفعہ ۲۳

∴ ر خطی اکائیاں = $\frac{\text{△ ا ب ج کا رقبہ}}{\text{ص طولی اکائیاں}}$

ر = $\frac{\triangle}{\text{ص}}$

پس قاعدہ —

مثلث کے رقبہ میں کی کسی مربع اکائیوں کی تعداد کو اُس کے نصف احاطہ میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد سے تقسیم کیا جائے تو اندرونی دائرہ کے نصف قطر میں انھی طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا اختصاراً —

اندرونی دائرہ کا نصف = $\frac{\text{مثلث کا رقبہ}}{\text{مثلث کا نصف احاطہ}}$

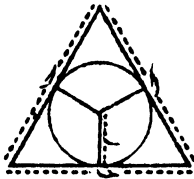
ر = $\frac{\triangle}{\text{ص}}$

صورت خاص

۹۳ — مثلث مساوی الاضلاع

اگر ایک مثلث مساوی الاضلاع کے ہر ضلع میں ا خطی اکائیاں ہوں۔

تب مثلث کا رقبہ = $\frac{\sqrt{3}\,a^2}{4}$ مربع اکائیاں

...... دفعہ ۲۱

اور مثلث کا نصف احاطہ = $\frac{3a}{2}$ طولی اکائیاں

اب کسی مثلث کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر } = $\frac{\text{مثلث کا رقبہ}}{\text{مثلث کا نصف احاطہ}}$ ...... دفعہ ۹۲

∴ ا ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر } = $\frac{\sqrt{3}\,a^2}{4} \times \frac{2}{3a}$ طولی اکائیاں

= $\frac{a}{2\sqrt{3}}$ طولی اکائیاں

نوٹ: چونکہ ا ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کا ارتفاع مساوی ہوتا ہے $\frac{\sqrt{3}\,a}{2}$ کے (دیکھو دفعہ ۱۷) اور یہ = $\frac{a}{2\sqrt{3}} \times 3$ کے۔ اس لئے ظاہر ہے کہ مثلث مساوی الاضلاع کا وسطی نقطہ کسی زاویہ نقطہ سے ایسے فاصلہ پر واقع ہوتا ہے جو مثلث کے ارتفاع کے $\frac{2}{3}$ کے برابر ہے۔

۹۴ — توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ ایک مثلث کے ضلعوں کے ناپ بالترتیب ۳۵، ۴۴، ۷۵ فٹ ہیں؛ اُس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر دریافت کرو۔

اندرونی دائرہ کا نصف قطر = $\frac{\Delta}{s}$ فٹ ...... دفعہ ۹۲

جہاں △ = √(ص (ص - ۳۵) (ص - ۴۴) (ص - ۷۵)) .... دفعہ ۲۳

اور ص = (۷۵ + ۴۴ + ۳۵)/۲ = ۷۷

یعنی △ = √(۷۷ × ۴۲ × ۳۳ × ۲)

= ۴۶۲

∴ اندرونی دائرہ کا نصف قطر = ۴۶۲/۷۷ = ۶ فٹ

مثال ۲: ایک ایسے دائرہ کا محیط دریافت کرو جو ۹ گز ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کے اندر بنایا گیا ہے۔ π = ۲۲/۷

اندرونی دائرہ کا نصف قطر = ا/(۲√۳) گز .... دفعہ ۹۳

جہاں ا = ۹

∴ اندرونی دائرہ کا نصف قطر = ۹/(۲√۳) گز

= ۳√۳/۲ گز

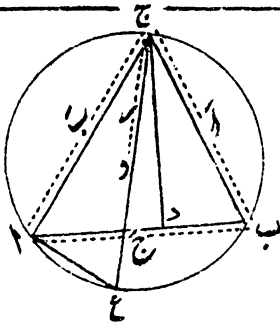
دائرہ کا محیط = ۲ π ر گز .... دفعہ ۶۹

جہاں ر = ۳√۳/۲ اور π = ۲۲/۷

∴ دائرہ کا محیط = ۲ × ۲۲/۷ × ۳√۳/۲ گز

= ۱۶٫۳۳ ..... گز

مسئلہ ۲۵

۹۵ ـ مثلث کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر معلوم کرنا جبکہ اس کے اضلاع کے طول دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ مثلث ا ب ج کے
بیرونی دائرہ ا ع ب ج کا مرکز و
ہے۔
تب و ج حائط دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔
فرض کرو کہ دائرہ ا ع ب ج کے
نصف قطر و ج کا ناپ کسی طولی اکائی
کے لحاظ سے ر ہے۔ نیز ب ج، ج ا، ا ب کے ناپ اُسی طولی اکائی
کے لحاظ سے بالترتیب اَ، بَ، جَ ہیں۔
مطلوب یہ ہے کہ ر کی قیمت اَ، بَ، جَ کی رقوم میں دریافت
کی جائے۔
ج و کو یہاں تک بڑھاؤ کہ دائرہ ا ع ب ج سے نقطہ ع پر مل جائے۔
ا ع کو ملاؤ۔
ا ب پر عمود ج د نکالو۔
تب چونکہ مثلثات ا ج ع اور د ج ب متشابہ ہیں (اقلیدس
مقالہ سوم شکل ۲۱ اور مقالہ سوم شکل ۳۱)۔

∴ ب ج : ج د = ع ج : ج ا .... دفعہ ۶۴

یعنی اَ : ج د = ۲ ر : بَ

لیکن $\frac{1}{2}$. ج د . ا ب = △ ا ب ج کا رقبہ ..... دفعہ ۲۰

یعنی $\frac{1}{2}$ ج د × جَ = △

یا ج د = $\frac{2\triangle}{\text{جَ}}$

∴ اَ : $\frac{2\triangle}{\text{جَ}}$ = ۲ ر : بَ

یا $ر = \frac{ا ب ج}{۴ \triangle}$

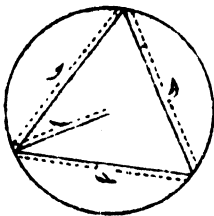
پس قاعدہ —

ایک ہی اکائی کے لحاظ سے مثلث کے تینوں اضلاع میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کے حاصل ضرب کو جب مثلث کے رقبہ میں کی متناظر مربع اکائیوں کی تعداد کے چار گنا سے تقسیم کیا جاتا ہے تو اوس طولی اکائی کے لحاظ سے مثلث کے حائط دائرہ کے نصف قطر میں طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا مختصراً —

$$\text{بیرونی یا حائط دائرہ کا نصف قطر} = \frac{\text{مثلث کے اضلاع کا حاصل ضرب}}{۴ \times \text{مثلث کا رقبہ}}$$

$$ر = \frac{ا ب ج}{۴ \triangle}$$

صورت خاص

۹۶ — مثلث مساوی الاضلاع

اگر مثلث مساوی الاضلاع کے ہر ایک ضلع میں ا خطی اکائیاں ہوں

تو مثلث کا رقبہ $= \frac{ا^۲ \sqrt{۳}}{۴}$ مربع اکائیاں

...... دفعہ ۲۱

اب کسی مثلث کے حائط دائرہ کا نصف قطر $= \frac{\text{اضلاع کا حاصل ضرب}}{۴ \times \text{مثلث کا رقبہ}}$ .... دفعہ ۹۵

∴ حائط دائرہ کا نصف قطر = $\frac{\text{ا}^{۳}}{۴ \times \frac{\sqrt{۳}\,\text{ا}^{۲}}{۴}}$ طولی اکائیاں

= $\frac{\text{ا}}{\sqrt{۳}}$ طولی اکائیاں

۹۷ توضیحی مثالیں

مثال ۱: ایک مثلث کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۲۱، ۷۲، ۷۵ انچ ہیں: بیرونی دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

بیرونی دائرہ کا نصف قطر = $\frac{\text{ا ب ج}}{۴\triangle}$ انچ .... دفعہ ۹۵

جہاں ا = ۲۱، ب = ۷۲، ج = ۷۵

اور $\triangle = \sqrt{\text{ص}(\text{ص}-۲۱)(\text{ص}-۷۲)(\text{ص}-۷۵)}$ ..... دفعہ ۲۳

$= \sqrt{۸۴ \times ۶۳ \times ۱۲ \times ۹}$

= ۷۵۶

∴ بیرونی دائرہ کا نصف قطر = $\frac{۲۱ \times ۷۲ \times ۷۵}{۴ \times ۷۵۶}$

= $۳۷\frac{۱}{۲}$ انچ

مثال ۲: اس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے گرد بنایا گیا ہے جس کے ضلع کا ناپ ۶ گز ہے۔ $\pi = \frac{۲۲}{۷}$

حائط دائرہ کا نصف قطر = $\frac{\text{ا}}{\sqrt{۳}}$ گز .... دفعہ ۹۶

جہاں ا = ۶

∴ حائط دائرہ کا نصف قطر = $\frac{۶}{\sqrt{۳}}$ گز

= $۲\sqrt{۳}$ گز

∴ حائط دائرہ کا رقبہ = π ر² مربع گز .... دفعہ ۱۷

جہاں ر = ۲ √۳ اور π = $\frac{۲۲}{۷}$

∴ حائط دائرہ کا رقبہ = $\frac{۲۲}{۷}$ × (۲ √۳)² مربع گز

= $\frac{۱۲ \times ۲۲}{۷}$ مربع گز

= ۳۷ $\frac{۵}{۷}$ مربع گز

امثلہ نمبری ۱۵

۱- ایک ایسے مثلث کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۲۴، ۳۰ اور ۱۸ فٹ ہیں۔

۲- ایک ایسے مثلث کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۶، ۲۹ اور ۲۵ انچ ہیں۔

۳- ایک فٹ ۳ انچ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کے (۱) اندرونی اور (۲) بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو۔ π = $\frac{۲۲}{۷}$

۴- ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کے (۱) اندرونی اور (۲) بیرونی دائروں کے محیط دریافت کرو۔ π = $\frac{۲۲}{۷}$

سوالات امتحانات ۱۵

(جب تک کہ ذکر نہ کیا جائے π = $\frac{۲۲}{۷}$)

۱- مثلث کے اضلاع دیے ہوئے ہوں تو اُس کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر دریافت کرنے کے ضابطہ کو ثابت کرو۔

ایک مثلث مساوی الاضلاع کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے: مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹریکولیشن)

۲۔ ایک ایسے مثلث کے گرد دائرہ کا قطر دریافت کرو جسکے اضلاع ۱۲۳، ۱۲۲ اور ۴۹ ہیں۔

(جامعۂ الہ آباد: میٹریکولیشن)

۳۔ مثلث کے تینوں اضلاع دیے ہوئے ہوں تو مثلث کے گرد کے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

اپنے نتیجہ کا اطلاق ایک ایسے مثلث پر کرو جس کے اضلاع ۲۰، ۴۸ اور ۵۲ فٹ ہیں۔

(جامعۂ پنجاب: میٹریکولیشن)

۴۔ ایک مثلث کے اضلاع $2\frac{1}{4}$، ۳ اور $3\frac{3}{4}$ فٹ ہیں:
اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر انچوں میں دریافت کرو۔

(جامعۂ پنجاب: میٹریکولیشن)

۵۔ ایک مثلث کے دو ضلعے بالترتیب ۸۵ اور ۱۵۴ فٹ ہیں اور اس کا احاطہ ۳۲۴ فٹ ہے: مثلث کے گرد کے دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

(جامعۂ پنجاب: مڈل اسکول)

۶۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۰۰، ۱۵۶ اور ۱۶۰ گز ہیں: حائط دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

(,, ایضاً ,,)

۷۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۶، ۷ اور ۹ فٹ ہیں: اس دائرہ کا قطر کیا ہے جو مثلث کے گرد بنایا گیا ہو؟

(,, ایضاً ,,)

۸۔ ۱ فٹ نصف قطر کا ایک دائرہ دیا ہوا ہے۔ اعشاریہ کے تین مقامات تک ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو جو دائرہ کے اندر بنایا گیا ہے۔

(یورپین اسکولز فائینل صوبجات متحدہ)

۹۔ اس دائرہ کا قطر دریافت کرو جو ایک ایسے مثلث کے گرد ہے جس کے

اضلاع بالترتیب ۲۶۸، ۲۸۵ اور ۲۹۳ فٹ ہیں۔ (اورینٹل سکولز: فائنل صوبجات متحدہ)

۱۰۔ ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ جو ۶ نصف قطر کے دائرہ کے اندر بنایا گیا ہو۔ (ایضاً)

۱۱۔ ۸ انچ قطر کے ایک دائرہ کے اندر بنے ہوئے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ (مدراس ٹکنیکل : ابتدائی)

۱۲۔ ایک مثلث میں زاویۂ منفرجہ کے گرد کے اضلاع بالترتیب ۱۰ اور ۱۴ انچ ہیں اور راس سے تیسرے ضلع پر کا عمود ۷ انچ ہے۔ حائط دائرہ کا قطر دریافت کرو۔ (رڑکی انجینیر : داخلہ)

۱۳۔ ایک دائرہ کے اندرونی مثلث کے تین اضلاع بالترتیب ۱۲۰، ۱۶۰ اور ۱۸۰ فٹ ہیں: دائرہ اور مثلث کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔

(رڑکی انجینیر : داخلہ)

۱۴۔ اُس دائرہ کا رقبہ مربع زنجیر میں دریافت کرو جو ایک ایسے مثلث کے اندر بنایا گیا ہے جس کے ضلعے بالترتیب ۴۷۲، ۳۵۰، اور ۳۰۳ گز ہیں۔ (ایضاً)

۱۵۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۶، ۲۸ اور ۳۰ انچ ہیں، حائط دائرہ کا قطر مطلوب ہے۔ (رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۱۶۔ اُس مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جو ایک ایسے دائرہ کے اندر بنایا گیا ہے جس کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے۔

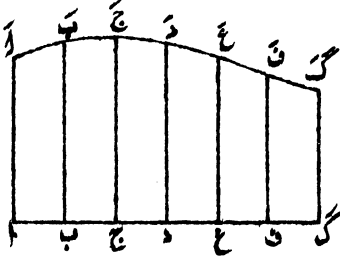
(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۷۔ اس امر کی تصدیق کرو کہ ایک دائرہ میں بنے ہوئے مثلث مساوی الاضلاع اور مربع کے ایک ایک ضلع کا مجموعہ دائرہ کے نصف محیط کے تقریباً برابر ہے۔

(جامعۂ پنجاب : میٹریکولیشن)

باب شانزدہم

سمپسن کا قاعدہ

۹۸۔ منحنی اَ دَ گَ، مستقیم خط ا گ اور اس پر کے عمود ا اَ اور گ گَ سے گھری ہوئی شکل پر غور کرو۔

ا گ کو کسی جفت تعداد مساوی حصوں ا ب، ب ج، ج د، .... میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اور نقاط تقسیم سے ا گ پر عمود ا اَ ب بَ ج جَ ...... کھینچے گئے ہیں جو منحنی سے نقاط اَ، بَ، جَ، .... پر ملتے ہیں۔

[نوٹ ظاہر ہے کہ اگر ا گ کو جفت مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو عمودوں کی تعداد طاق ہوگی۔ مترجم]

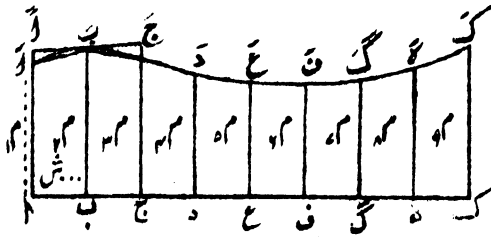
عمود ا اَ، ب بَ، ج جَ، ...... کو منحنی کے **معیّن** کہتے ہیں۔
ا ب کا طول معیّنوں کا درمیانی **مشترک فاصلہ** کہلاتا ہے۔

مسئلہ ۲۶

کسی ایسی شکل کا رقبہ تقریباً معلوم کرنا جسکی ایک سرحد کوئی خطِ منحنی ہو جبکہ اُس کے معینوں کے طول جو تعداد میں طاق ہیں اور اُن کا درمیانی مشترک فاصلہ دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ متغیّنوں کے طول م، م، ...... م اور اُن کا مشترک فاصلہ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے شؔ ہے۔

شکل میں اَ بَ اور بَ جَ کو ملاؤ۔

بَ پر منحنی کا ایک مماس کھینچو جو متغیّنوں ا اَ، ب بَ ممدودہ سے نقاط اَ، جَ پر ملتا ہو۔

متغیّنوں سے شکل جن حصّوں میں منقسم ہو گئی ہے اُنھیں ہم ٹکڑے کہیں گے۔

پہلے ٹکڑے ا اَ بَ ب کا رقبہ > شکل منحرف اَ ب کا رقبہ

$> \frac{1}{2}$ ا ب (ا اَ + ب بَ) .... دفعہ ۲۹

$> \frac{1}{2}$ شؔ (م$_1$ + م$_2$) مربع اکائیاں

∴ ۲ × پہلے ٹکڑے کا رقبہ > شؔ (م$_1$ + م$_2$) مربع اکائیاں

اسی طریقہ سے

۲ × دوسرے ٹکڑے کا رقبہ > شؔ (م$_2$ + م$_3$) مربع اکائیاں

∴ ۲ × (پہلے ٹکڑے کا رقبہ + دوسرے ٹکڑے کا رقبہ)

یعنی ۲ × (اَ جَ ج کا رقبہ > شؔ (م$_1$ + م$_3$ + ۲ م$_2$) مربع اکائیاں

پھر، پہلے اور دوسرے ٹکڑوں کا رقبہ۔

یعنی ا اَ جَ ج کا رقبہ > شکلِ منحرف اَ جَ

> اب (ا اَ + ج جَ)

> اب × ۲ ب بَ

> ش × ۲ م$_۲$ مربع اکائیاں

اس طرح ہمیں دو نتائج حاصل ہوتے ہیں جن میں سے ایک تو ا اَ جَ ج کے رقبہ سے قدرے کم اور دوسرا اُس سے قدرے زیادہ ہے۔
اِن دونوں نتائج کو ملا دیا جائے تو ایک بڑی حد تک دونو غلطیاں ایک دوسرے کا تعادل کر دیتی ہیں۔ اس لیے تمام عملی ضروریات کے لیے ہم لکھ سکتے ہیں کہ ——

۳ × ا اَ جَ ج کا رقبہ = ش(م$_۱$ + م$_۳$ + ۴ م$_۲$) مربع اکائیاں

اب ہم تیسرے اور چوتھے ٹکڑوں کو لیں گے جن سے شکل ج جَ عَ ع بنتی ہے اور اس کے لئے شکل ا اَ جَ ج کے رقبے کے لئے جو جملہ حاصل ہوا ہے اُس میں م$_۱$ کے بجائے م$_۳$، م$_۲$ کے بجائے م$_۴$، م$_۳$ کے بجائے م$_۵$ صرف لکھدینا کافی ہو گا۔
اس طرح معلوم ہو گا کہ ——

۳ × ج جَ عَ ع کا رقبہ = ش(م$_۳$ + م$_۵$ + ۴ م$_۴$) مربع اکائیاں

اسی طرح ——

۳ × ع عَ گَ گ کا رقبہ = ش(م$_۵$ + م$_۷$ + ۴ م$_۶$) مربع اکائیاں

اور ۳ × گ گَ کَ ک کا رقبہ = ش(م$_۷$ + م$_۹$ + ۴ م$_۸$) مربع اکائیاں

اس لیے ——

$$\text{مجموعی رقبہ} = \frac{\text{ش}}{3}\left\{ م_{1} + م_{9} + 2(م_{3} + م_{5} + م_{7}) + 4(م_{2} + م_{4} + م_{6} + م_{8}) \right\}$$

...... مربع اکائیاں

پس قاعدہ —

پہلے اور آخری معین کے مجموعہ میں بقیہ طاق معینوں کے مجموعہ کا دوچند اور جفت معینوں کے مجموعہ کا چہار چند جمع کرو اور پھر حاصل کو مشترک فاصلہ کے ایک تہائی سے ضرب دو۔

یا مختصراً —

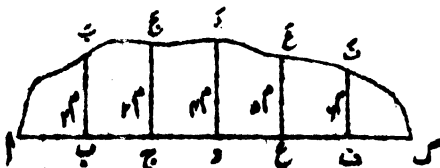
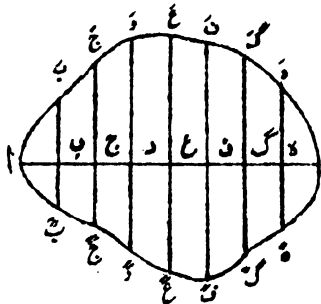
$$\text{رقبہ} = \frac{\text{مشترک فاصلہ}}{3}\left\{ \text{پہلا معین} + \text{آخری معین} + 2 \times \text{بقیہ طاق معینوں کا مجموعہ} + 4 \times \text{جفت معینوں کا مجموعہ} \right\}$$

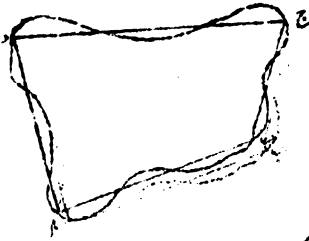
$$ق = \frac{\text{ش}}{3}\left\{ م_{1} + م_{2ن+1} + 2(م_{3} + م_{5} + \ldots + م_{2ن-1}) + 4(م_{2} + م_{4} + \ldots + م_{2ن}) \right\}$$

جہاں ۲ن + ۱ = معینوں کی تعداد

یہ ظاہر ہے کہ معینوں کی تعداد جتنی زیادہ ہوگی رقبہ اُتنا ہی زیادہ درست ہوگا۔ نیز جواب کی صحت کا انحصار اس امر پر بھی ہے کہ منحنی منتظم ہو۔

۱۰۰۔ اگر رقبہ کسی منحنی اور ایک خطِ مستقیم سے گھرا ہوا ہو جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے تو بھی اُسی قاعدہ کا اطلاق ہوتا ہے۔ اس صورت میں پہلا اور آخری معین صفر ہوتے ہیں اور ضابطہ حسب ذیل ہو جاتا ہے:

$$ق = \frac{ش}{۳}\{۲(م_۳ + م_۵) + ۴(م_۲ + م_۴ + م_۶)\}$$

۱۰۱ — اگر رقبہ کسی بند منحنی سے گھرا ہوا ہو تو اُس وقت بھی اُسی قاعدہ کا اطلاق ہوتا ہے۔ (دیکھو شکل) —

اس صورت میں معین کے لئے مجموعی طول ب بَ، ج جَ .... لئے جاتے ہیں۔

۱۰۲ — اگر کوئی شکل مثلاً ا ب ج د کسی غیر منتظم منحنی سے گھری ہوئی ہو تو ایک ایسی شکل مستقیم الخطوط کھینچنا قرین مصلحت ہے جو حتی الامکان منحنی پر منطبق ہو سکے۔ تب سمپسن (Simpson) کے قاعدہ سے شکل منحنی الاضلاع کے اُن حصوں کے رقبے معلوم کر سکتے ہیں جو شکلِ مستقیم الخطوط کے باہر واقع ہوتے ہیں نیز اُن حصص کے رقبے بھی جو اندر واقع ہیں۔ تب شکل مستقیم الخطوط کے رقبہ میں اول الذکر رقبوں کو جمع کرنے سے اور موخر الذکر رقبوں کو تفریق کرنے سے ہمیں شکلِ منحنی الاضلاع کا رقبہ معلوم ہو جائے گا۔

توضیحی مثالیں

مثال ۱ — ایک منحنی کے معینوں کے ناپ بالترتیب ۵، ۶، ۸، ۷، ۴، ۳، ۲ فٹ ہیں اور اِن کا مشترک فاصلہ ۱ فٹ ہے۔ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔

رقبہ $= \frac{ش}{۳}\{م_۱ + م_۷ + ۲(م_۳ + م_۵) + ۴(م_۲ + م_۴ + م_۶)\}$ مربع فٹ ..... دفعہ ۹۹

یہاں $م_۱ = ۵$، $م_۲ = ۶$، $م_۳ = ۸$، $م_۴ = ۷$، $م_۵ = ۴$، $م_۶ = ۳$، $م_۷ = ۲$ اور $ش = ۱$

∴ رقبہ = $\frac{۱}{۳}$ {۵ + ۲ + ۲(۸ + ۴) + ۴(۶ + ۷ + ۳)} مربع فٹ

= $\frac{۱}{۳}$ {۷ + ۲۴ + ۶۴} مربع فٹ

= ۳۱ $\frac{۲}{۳}$ مربع فٹ

مثال ۲: ایک منحنی کے معین بالترتیب ۰، ۱٫۲۵، ۲، ۲٫۵، ۲٫۷۵، ۳٫۵، ۲٫۵، ۱، ۰ فٹ ہیں اور مشترک فاصلہ $\frac{۳}{۴}$ فٹ ہے: رقبہ معلوم کرو۔

رقبہ = $\frac{ش}{۳}$ {$م_۱$ + $م_۹$ + ۲($م_۳$ + $م_۵$ + $م_۷$) + ۴($م_۲$ + $م_۴$ + $م_۶$ + $م_۸$)} مربع فٹ ... دفعہ ۹۹

جہاں $م_۱$ = ۰، $م_۲$ = ۱٫۲۵، $م_۳$ = ۲، $م_۴$ = ۲٫۵، $م_۵$ = ۲٫۷۵، $م_۶$ = ۳٫۵، $م_۷$ = ۲٫۵، $م_۸$ = ۱، $م_۹$ = ۰ اور ش = $\frac{۳}{۴}$ = ۰٫۷۵

∴ رقبہ = $\frac{۰٫۷۵}{۳}$ {۲(۲ + ۲٫۷۵ + ۲٫۵) + ۴(۱٫۲۵ + ۲٫۵ + ۳٫۵ + ۱)} مربع فٹ

= ۰٫۲۵ {۱۴٫۵ + ۳۳} مربع فٹ

= ۱۱٫۸۷۵ مربع فٹ

امثلہ نمبری (۱۶)

سمپسن کے قاعدہ سے ذیل کے اشکال منحنی کے رقبے دریافت کرو۔

۱۔ معین ۴، ۷، ۸، ۱۰، ۷، ۶، ۳ فٹ، مشترک فاصلہ ۱ فٹ۔

۲۔ معین ۱، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹، ۸، ۴، ۲ فٹ، مشترک فاصلہ ۱ فٹ۔

۳۔ معین ۹، ۱۳، ۱۷، ۲۰، ۲۲، ۱۴، ۸ فٹ، مشترک فاصلہ ۲ فٹ۔

۴۔ معین ۰، ۱٫۵، ۲٫۲۵، ۳، ۲٫۷۵، ۱٫۲۵، ۱، ۰ فٹ، مشترک فاصلہ ۱ فٹ۔

۵۔ معین ۷، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۲۲، ۲۴، ۱۵، ۹ فٹ، مشترک فاصلہ ۱ فٹ ۶ انچ۔

۶۔ معین ۱٫۴۲۸، ۱٫۵۳۶، ۱٫۶۹۰، ۱٫۷۴۶، ۱٫۷۶۸، ۱٫۷۸۶، ۱٫۸۰۴، فٹ

مشترک فاصلہ ۰٫۵ فٹ۔

۷۔ معین ۰، ۱٫۵۴، ۱٫۸۶، ۲، ۲٫۶۶، ۲٫۹۸، ۳٫۴۲، ۴، ۴، ۲٫۸ فٹ؛
مشترک فاصلہ ۱ فٹ۔

۸۔ معین ۳٫۶۳۸، ۳٫۸۶۲، ۴، ۴٫۹۸۶، ۴٫۰۰۵۵، ۴٫۲۶، ۵، ۵٫۱۸۶، ۴٫۸۸۸، ۴٫۹۸۴، ۴٫۲۲۸، ۴ فٹ، مشترک فاصلہ ۱ فٹ۔

۹۔ معین ۳٫۲۶۸، ۱٫۳۹۳۳، ۱٫۵۸۶۸، ۱٫۶۲۶۴، ۱٫۷۶۴۳، ۱٫۸۶۹۶، ۱٫۵۴۸۳، ۱٫۴۶۶۴، ۱٫۴۰۸۸، ۱ فٹ، مشترک فاصلہ ۱ فٹ۔

۱۰۔ معین ۰٫۴، ۰٫۳۸۸، ۰٫۴۸، ۰٫۵۷، ۰٫۴۸۲، ۰٫۳۴۸، ۰٫۳۴، ۰٫۲۶۶، ۰٫۱۸، ۰ فٹ، مشترک فاصلہ ۰٫۰۵ فٹ۔

۱۱۔ معین ۰، $1\frac{3}{4}$، $2\frac{1}{3}$، $3\frac{3}{8}$، $2\frac{4}{5}$، $1\frac{2}{3}$، ۰ فٹ، مشترک فاصلہ $\frac{1}{2}$ فٹ۔

۱۲۔ معین ۰، ۱۴، ۱۸، ۲۰، ۲۲، ۲۸، ۳۰، ۲۶، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۴، ۱۲ فٹ۔
اساسی خط ۱۸۰ فٹ۔

سوالات امتحانات ۱۶

۱۔ سمپسن کے قاعدے سے ذیل کے ابعاد کے میدان کا رقبہ مربع فٹ میں معلوم کرو: معین ۰، ۲۰، ۳۲، ۳۶، ۳۲، ۲۰، ۰ فٹ اور مشترک فاصلہ ۲۰ فٹ۔ (مدراس ٹکنیکل: ابتدائی)

۲۔ سمپسن کے قاعدے سے ذیل کے ابعاد کے قطعۂ زمین کا رقبہ معلوم کرو، معین ۲، ۷، ۱۸، ۳۸، ۷۰ فٹ، مشترک فاصلہ ۲۳ فٹ۔
(مدراس ٹکنیکل: ابتدائی)

۳۔ ذیل کے ابعاد کی شکل کا رقبہ مربع فٹ میں قاعدۂ سمپسن سے دریافت کرو، معین ۲، ۷، ۹، ۱۵، ۲۱، ۳۰، ۲۶، ۱۲ فٹ، مشترک فاصلہ ۲۳ فٹ
(مدراس ٹکنیکل: انٹرمیڈیٹ)

۴۔ ایک مربع دائرہ کو مساوی چوڑائی کے ۱۰ حصوں میں منقسم کر کے اس کا

رقبہ سمپسن کے قاعدے سے معلوم کرو۔ پھر بتاؤ کہ نتیجہ میں کس قدر غلطی ہے (۳٫۱۴۱۶ = π) (رڑکی انجینیر: داخلہ)

۵۔ کسی میدان کے ایک ضلع اب کا طول ۸۰ فٹ اور اس پر کے دو علی القوائم ضلعوں کے طول بالترتیب ۱۶ اور ۹۰ فٹ ہیں۔ چوتھا ضلع ایک منحنی ہے اور اب سے اس پر کے معین (ا سے ۱۰ فٹ کے فاصلو پر) ۱۸، ۲۴، ۳۶، ۲۱، ۲۸، ۴۰ اور ۵۰ ہیں، میدان کا رقبہ کیا ہوگا؟

(رڑکی انجینیر: ماہانہ)

۶۔ کسی اساسی خط پر ۱۰۰ فٹ کے فاصلوں سے ایک منحنی کے تیرہ مساوی الفصل معین کھینچے گئے۔ سروں کے معینوں، منحنی اور اساسی خط سے گھری ہوئی جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔ معین ۵۰، ۶۰، ۸۰، ۹۰، ۱۳۰، ۱۲۰، ۱۰۰، ۹۰، ۷۰، ۸۰، ۶۰، ۵۰، ۳۰ (رڑکی انجینیر: ماہانہ)

۷۔ ایک خط کا طول ۸۴ فٹ ہے اور اس پر مساوی فاصلوں سے کسی غیر منتظم منحنی سرحد کے حسب ذیل بیرونی عمود کھینچے گئے: ۹۳، ۴، ۸، ۷۲، ۸۶، ۳۴، ۴، ۵، ۷، ۳، ۲۹، ۲۳ فٹ۔ انتہائی بیرونی عمودوں، سرحد اور اساسی خط کا درمیانی رقبہ معلوم کرو۔ (رڑکی انجینیر: فائنل)

۸۔ ریلوے سطح سے ایک تراش کے ارتفاع جو ۳۰ فٹ کے فاصلوں پر کھینچے گئے ہیں حسب ذیل ہیں: ۲، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۴، ۲۵، ۵، ۱۷، ۱۰، ۳ فٹ، اس کا رقبہ دریافت کرنے کے لئے سمپسن کا قاعدہ استعمال کرو (رڑکی انجینیر: فائنل)

۹۔ "سمپسن کے قاعدہ" سے کیا مراد ہے؟ اسے بیان کرو، نیز بتاؤ کہ کن حالتوں میں اس کا اطلاق ہوتا ہے؟ (رڑکی انجینیر: فائنل)

۱۰۔ "سمپسن کے قاعدہ" سے شکل منحنی کا رقبہ دریافت کرو جن کے معین ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۲، ۱۰، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۴، ۱۲، ۷ فٹ اور قاعدہ = ۷۳ فٹ

(رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

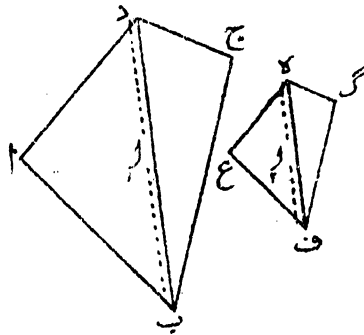
۱۱۔ سمپسن کے قاعدہ سے ذیل کے ابعاد کی شکل کا رقبہ دریافت کرو: معین ۵، ۱۵، ۳۷، ۷۷ اور ۱۴، مشترک فاصلہ ۲ فٹ۔

باب ہفدہم

متشابہ اشکال — رقبہ

مسئلہ ۲۷

۱۰۴۔ دو متشابہ اشکال میں کسی دو متناظر خطوط کے طول اور ان میں سے ایک شکل کا رقبہ دیے ہوئے ہوں تو دوسری شکل کا رقبہ معلوم کرنا۔

فرض کرو کہ ا ب ج د اور ع ف گ ہ دو متشابہ اشکال ہیں جن میں متناظر خطوط د ب اور ہ ف کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ

سے بالترتیب $ل_1$ اور $ل_2$ ہیں اور شکل ع ف گ ہ کا رقبہ کسی مربع اکائی کے لحاظ سے $ق_2$ ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ ا ب ج د کا رقبہ، $ل_1$، $ل_2$ اور $ق_2$ کے لحاظ سے معلوم کیا جائے۔

اب از رُوئے اقلیدس متشابہ اشکال کے رقبے اُنکے کسی متناظر اضلاع کے مربعوں کے متناسب ہوتے ہیں اور یہ مسئلہ تمام متشابہ اشکال کے لئے درست ہے خواہ وہ مستقیم خطوط سے گھرے ہوئے ہوں یا منحنی خطوط سے محدود ہوں۔

∴ شکل ا ب ج د کا رقبہ : شکل ع ف گ ہ کا رقبہ = $دب^2 : ہف^2$

یعنی۔

شکل ا ب ج د کا رقبہ : $ق_2 = ل_1^2 : ل_2^2$

پس قاعدہ۔ کسی شکل کے رقبہ کو متشابہ شکل کے معلومہ رقبہ سے ساتھ جو نسبت ہے وہ دونوں شکلوں میں متناظر خطوط کے طولوں کے مربعوں کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے اس سے دی ہوئی شکل کا رقبہ دریافت کیا جا سکتا ہے۔

یا مختصراً۔

پہلی شکل کا رقبہ : دوسری شکل کا رقبہ = پہلی اور دوسری شکل کے متناظر طولوں کے مربعوں کی نسبت

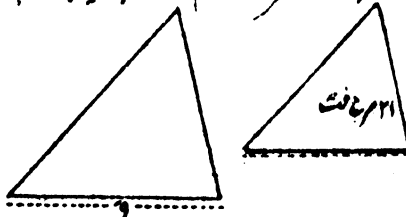
$$ق_1 : ق_2 = ل_1^2 : ل_2^2 \quad ....\quad (۱)$$

اِس لیے

$$ل_1 : ل_2 = \sqrt{ق_1} : \sqrt{ق_2} \quad ....\quad (۲)$$

۱۰۵۔

توضیحی مثالیں

مثال ۱: دو متشابہ مثلثوں کے قاعدے بالترتیب ۶ فٹ اور ۹ فٹ ہیں۔ اگر پہلے مثلث کا رقبہ ۲۱ مربع فٹ ہو تو دوسرے مثلث کا رقبہ کیا ہوگا؟

۲۱ مربع فٹ

۹

دوسرے کا رقبہ: ق$_2$ مربع فٹ = (ل$_2$)^2 : (ل$_1$)^2 .... دفعہ ۱۰۴

یہاں ق$_1$ = ۲۱ مربع فٹ

ل$_1$ = ۷ فٹ

ل$_2$ = ۹ فٹ

∴ دوسرے کا رقبہ = ۲۱ × $\frac{۸۱}{۴۹}$ مربع فٹ

= $\frac{۲۴۳}{۷}$ مربع فٹ

= ۳۴ $\frac{۵}{۷}$ مربع فٹ

مثال ۲۔ ۲۴۰۰ مربع گز رقبہ کے ایک میدان کا نقشہ ۱ انچ = ۳۰ فٹ کے پیمانہ پر اتارا گیا: نقشہ کا رقبہ دریافت کرو۔

نقشہ کا رقبہ: ق$_1$ مربع گز = (ل$_1$)^2 : (ل$_2$)^2 .... بدفعہ ۱۰۴

یہاں ق$_2$ = ۲۴۰۰ مربع گز

ل$_1$ = ۱ انچ

ل$_2$ = ۳۰ × ۱۲ = ۳۶۰ انچ

∴ نقشہ کا رقبہ = ۲۴۰۰ × $\frac{1}{(۳۶۰)^2}$ مربع گز

= $\frac{۱۴۴ \times ۹ \times ۲۴۰۰}{۳۶۰ \times ۳۶۰}$ مربع انچ

= ۲۴ مربع انچ

مثال ۳۔ اگر کسی نقشہ میں سطح کا ہر مربع انچ دس ایکڑ رقبہ کو تعبیر کرتا ہو تو پیمانہ معلوم کرو جس پر کہ وہ نقشہ اتارا گیا ہے۔

ل$_1$ انچ : ل$_2$ انچ = $\sqrt{}$ق$_1$: $\sqrt{}$ق$_2$ .... دفعہ ۱۰۴

یہاں ق$_1$ = ۱ مربع انچ

ق$_2$ = ۴۸۴۰ × ۹ × ۱۴۴ × ۱۰ مربع انچ

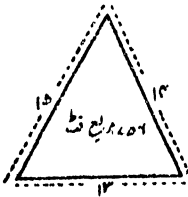
∴ ۱ انچ : ۱ انچ = √۱ : √(۶۴۰ × ۴۸۴۰ × ۹ × ۱۴۴ × ۱۰)

= ۱ : ۷۹۲۰

پس پیمانہ مطلوبہ حسب ذیل ہوگا۔

۱ انچ : ۷۹۲۰ انچ

یا ۱ انچ : ⅛ میل

مثال ۴ : ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ کی نسبت میں ہیں۔ اور اس کا رقبہ ۷۵۶ مربع فٹ ہے: تینوں اضلاع کے طول معلوم کرو۔

پہلا ضلع : ۱۳ فٹ = √ق۱ : √ق۲ .... دفعہ ۱۴۹

یہاں ق۱ = ۷۵۶ مربع فٹ،

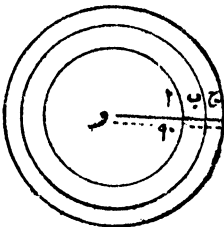
ق۲ = √ص (ص − ۱۳)(ص − ۱۴)(ص − ۱۵) ... دفعہ ۲۳

= √۲۱ × ۸ × ۷ × ۶

= ۸۴ مربع فٹ

∴ پہلا ضلع = ۱۳ × √(۷۵۶/۸۴) فٹ = ۱۳ × ۳ فٹ = ۳۹ فٹ

لہذا دوسرا اور تیسرا ضلع علی الترتیب ۴۲ فٹ اور ۴۵ فٹ ہے۔

مثال ۵ : ۹۰ فٹ نصف قطر کے ایک دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے تین حصوں میں منقسم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصوں کے رقبے مساوی ہوں۔

فرض کرو کہ دج دائرہ کا نصف قطر اور دب، دا ان ہم مرکز دائروں کے نصف قطر ہیں جن سے وہ دائرہ تین مساوی

حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے - نیز فرض کرو و ا اور و ب کے ناپ بالترتیب ر₁ اور ر₂ ہیں -

تب $ر_2^2 : ر_1^2 = ۲ : ۱$ .... دفعہ ۱۰۴

اور $(۹۰)^2 : ر_1^2 = ۳ : ۱$ .... دفعہ ۱۰۴

اس لئے $ر_1 = \frac{۹۰}{\sqrt{۳}} = ۳۰\sqrt{۳} = ۵۱٫۹۶...$

اور $ر_2 = ر_1\sqrt{۲} = ۳۰\sqrt{۶} = ۷۳٫۴۸...$

پس اُس ہم مرکز دائروں کے نصف قطر بالترتیب ۵۱٫۹۶..... فٹ اور ۷۳٫۴۸..... فٹ ہیں -

امثلہ نمبری (۱۷)

۱ - دو متشابہ مثلثات کے قاعدے بالترتیب ۸ انچ اور ۱۱ انچ ہیں - اگر پہلے مثلث کا رقبہ ۱۲۸ مربع گز ہو تو دوسرے مثلث کا رقبہ کیا ہوگا ؟

۲ - اگر ایک مثلث کا رقبہ ایک دوسرے متشابہ مثلث کے رقبہ کا نوگنا ہو اور اگر پہلے مثلث کا قاعدہ ۹ انچ ہو تو دوسرے مثلث کا قاعدہ دریافت کرو -

۳ - ایک میدان کا نقشہ ۱ انچ = ۸ فٹ کے پیمانہ پر کھینچا گیا ہے : اگر میدان کا رقبہ ۶۴۰ مربع گز ہو تو نقشہ کا رقبہ مربع انچ میں معلوم کرو -

۴ - ایک میدان کا نقشہ ۱ انچ = ۹ فٹ ۲ انچ کے پیمانہ پر کھینچا گیا ہے : اگر میدان کا نقشہ $\frac{۲}{۳}$ ۶۷۲ مربع گز ہو تو نقشہ کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو -

۵ - ایک نقشہ میں ایک مربع فٹ سطح $\frac{۳}{۵}$ ۱ ایکڑ رقبہ کو تعبیر کرتی ہے پیمانہ معلوم کرو -

۶ - اگر کسی نقشہ میں سطح کا ہر مربع انچ ۹۰ ایکڑ کو تعبیر کرتا ہو : تو وہ پیمانہ معلوم کرو جس پر کہ نقشہ کھینچا گیا ہے -

۷ - ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۳۳۶ مربع فٹ ہے ، تینوں اضلاع معلوم کرو -

۸ - ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۳، ۴، ۵ کے تناسب میں ہیں اور

اُس کا رقبہ ۹۶ مربع فٹ ہے، تینوں اضلاع معلوم کرو۔

۹۔ ایک مستطیل کے ضلعے اعداد ۸ اور ۹ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۳۲ مربع فٹ ہے، اضلاع معلوم کرو۔

۱۰۔ ایک مستطیل کے اضلاع اعداد ۱۲ اور ۱۳ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۴ مربع فٹ ۴۸ مربع انچ ہے، اضلاع معلوم کرو۔

۱۱۔ قاعدے کے متوازی ایک خطِ مستقیم کھینچکر ایک مثلث کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اگر قاعدہ کا ناپ ۱۰ فٹ ہو تو خطِ مستقیم کا طول دریافت کرو۔

۱۲۔ قاعدہ کے متوازی دو خطوطِ مستقیم کھینچکر ایک مثلث کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اگر قاعدہ کا ناپ ۸۰ انچ ہو تو ان دو خطوطِ مستقیم کے طول دریافت کرو۔

۱۳۔ ۱۰۰ انچ نصف قطر کے دائرہ کو ایک ہم مرکز دائرہ سے دو حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اس ہم مرکز دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو اگر دونوں حصوں کے رقبے مساوی ہوں۔

۱۴۔ ۵ فٹ نصف قطر کے دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصوں کے رقبے مساوی ہوں۔

سوالاتِ امتحانات ۱۷

۱۔ ۱۲۰ فٹ نصف قطر کے دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصے مساوی الرقبہ ہوں۔ (جامعۂ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۲۔ دو متشابہ مثلثوں کے متشابہ ضلعوں کی نسبت ۱۳ : ۱۷ ہے۔ اُن کے رقبوں کا تناسب معلوم کرو۔ (جامعۂ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۳۔ بتاؤ کہ ۴ میل = ۱ انچ کے پیمانہ پر ۶۷۶ مربع میل رقبہ کے شہر کے نقشہ کا رقبہ کیا ہوگا؟ (جامعۂ کلکتہ: میٹری کیولیشن)

۴۔ ایک مثلث کے اضلاع ۲۰، ۱۳ اور ۲۱ فٹ ہیں۔ ۲۰ فٹ ضلع کے وسطی نقطہ سے ایک خطِ مستقیم سب سے بڑے ضلع کے متوازی

کھینچا گیا۔ دو حصوں کے رقبے دریافت کرو جن میں کہ مثلث منقسم ہو گیا ہے۔ (یورپین اسکولز : فائنل صوبجات متحدہ)

۵- دو ہم مرکز دائروں میں چھوٹے دائرہ کا رقبہ بڑے دائرے کے رقبہ کا نصف ہے، اگر چھوٹے دائرہ کا نصف قطر ۴ فٹ ہو تو بڑے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔ (یورپین اسکولز : فائنل صوبجات متحدہ)

۶- کسی نقشہ میں ایک مربع انچ ۱۰ ایکڑ کو ظاہر کرتا ہے، وہ پیمانہ دریافت کرو جس پر کہ نقشہ اُتارا گیا ہے۔ (مدراس ٹکنیکل : انٹرمیڈیٹ)

۷- کس پیمانہ پر نقشہ اُتارا گیا ہے جس میں ایک مربع انچ ۱ ایکڑ کو تعبیر کرتا ہے؟ (مدراس ٹکنیکل : انٹرمیڈیٹ)

۸- ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۹، ۵۲ اور ۶۵ فٹ ہیں۔ اس سے ۹ گنے رقبہ کے ایک متشابہ مثلث کے اضلاع معلوم کرو۔

(مدراس ٹکنیکل : ابتدائی)

۹- ۲۸ ایکڑ اور ۹ سنٹ (Cents) ناپ کے کسی میدان کا ایک ضلع ۱۷ زنجیر ہے۔ ایک ایسے متشابہ میدان کا رقبہ کیا ہوگا جس کے متناظر ضلع کا ناپ ۲۷ زنجیر ہے؟ (مدراس ٹکنیکل : ابتدائی)

۱۰- ۱۲ فٹ قاعدہ اور ۱۶ فٹ ارتفاع کے ایک مثلث قائم الزاویہ سے ارتفاع کے متوازی اگر ایک ایسا خطِ مستقیم کھینچا جائے جو اس میں سے ۲۴ مربع فٹ رقبہ کے مثلث کو کاٹ لے تو موخرالذکر مثلث کے اضلاع کیا ہونگے؟ (رُڑکی انجینیر : داخلہ)

۱۱- ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے، تین ہم مرکز دائرے ایسے کھینچنا مطلوب ہے جو تمام رقبہ کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کر دیں: ان کے نصف قطر معلوم کرو۔ (رُڑکی انجینیر : داخلہ)

۱۲- ایک مستدیر دھاتی تختی میں ۳۵ مساوی سوراخ بنائے گئے اور اس طرح دھات کا جو حصہ نکل گیا اُس کے وزن اور سوراخ کی ہوئی تختی کے وزن میں ۴۵ : ۶۷ کا تناسب ہے: اُس تختی اور سوراخوں کے

قطروں کا مقابلہ کرو اگر یہ دیا ہوا ہو کہ کسی دائرہ کا رقبہ اُس کے قطر کے مربع کے متناسب ہوتا ہے۔ رڑکی انجینیر: داخلہ

رڑکی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ

۱۳ــ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے: ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کا رقبہ پہلے دائرے کے رقبہ کا پانچواں حصہ ہے۔

۱۴ــ ایک مستطیلی میدان کا طول اُس کے عرض کا دو چند ہے اور اُس کا رقبہ ۳۵۲۸ مربع گز ہے۔ اگر اس کے ایک وتر کی سیدھ میں ۴ فٹ عرض کا راستہ بنا ہوا ہو تو راستہ کا رقبہ معلوم کرو۔

۱۵ــ ایک ایسے مثلث کا ارتفاع دریافت کرو جو ۵۰ فٹ ارتفاع کے ایک مثلث کے متشابہ ہو اور جس کا رقبہ آخر الذکر کے رقبہ سے پانچ گنا ہو۔

۱۶ــ ایک ایسی شکلِ منحرف کے ابعاد فٹ میں معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہو اور جو ایسی شکلِ منحرف کے متشابہ ہو جس کے متوازی ضلعے ۱۰، ۸ اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۴ ہے۔

۱۷ــ کسی نقشہ میں جو ۱/۱۰۰۰۰۰ کے پیمانہ پر اُتارا گیا ہے ایک مستطیلی میدان کے ضلعے ۰٫۶۵ اور ۰٫۷۲ انچ ہیں۔ میدان کا رقبہ ایکڑوں میں اور اُس کے وتر کا طول گزوں میں معلوم کرو۔

۱۸ــ کسی مثلث کا ایک ضلع ۲۰ فٹ ہے۔ دوسرے اضلاع میں سے کسی ایک کے متوازی خطوطِ مستقیم کھینچکر مثلث کو پانچ مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور راس سے دیے ہوئے ضلع کے نقاطِ تقسیم تک کے فاصلے معلوم کرو۔

۱۹ــ ۳۱۴۱٫۱۶ مربع انچ رقبہ کے دائرے کو ہم مرکز دائروں سے چار مساوی حصوں میں تقسیم کرنا ہے۔ اُنکے قطر معلوم کرو۔ (π = ۳٫۱۴۱۶)

۲۰ــ ایک مثلث کے اضلاع ۵۳۲، ۴۲۷ اور ۳۸۹ فٹ ہیں، بڑے سے بڑے ضلع کے متوازی ایک ایسے خط کا طول دریافت کرو جو مثلث کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کر دیگا۔

۲۱۔ کسی نقشہ کی نقل ایک ایسے پیمانہ پر کھینچی گئی جو اصل نقشہ کے پیمانہ کا ڈیڑھ گنا ہے۔ بتاؤ کہ کس نسبت سے اس کی سطح میں زیادتی ہو جائے گی ؟

۲۲۔ ایک مثلث نما میدان کے ضلعے بالترتیب ۳۵۰.۱، ۳۶۰.۴ اور ۳۶۰.۵ فٹ ہیں، بڑے سے بڑے ضلع کے متوازی ایک ایسے خط کا طول معلوم کرو جو میدان کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کردیگا۔

(رڑکی انجینیر : فائینل)

۲۳۔ کسی دائری تختی میں ایک ایسا دائری سوراخ بنانا مطلوب ہے کہ وزن میں ایک تہائی کی کمی ہو جائے ۔ سوراخ کا قطر معلوم کرو۔

(رڑکی اپرسب آرڈینیٹ : ماھانہ)

۲۴۔ ایک تختہ کا عرض ایک سرے پر ۱۲ انچ اور دوسرے سرے پر ۹ انچ اور اس کا طول ۸ فٹ ہے ؛ چوڑے سرے سے کتنے فاصلہ پر اس کو کاٹنا چاہیئے تاکہ تختہ دو مساوی حصوں میں منقسم ہو جائے؟ (۶)

۲۵۔ مثلث کے ابعاد معلوم کرو جو ایک ایسے مثلث کے متشابہ ہے جس کے ابعاد ۵۰، ۶۰ اور ۸۰ فٹ ہیں۔ لیکن جس کا رقبہ آخرالذکر کے رقبہ کا تین گنا ہو۔ (رڑکی اپرسب آرڈینیٹ : ماھانہ)

———•○•———

باب ہژدہم

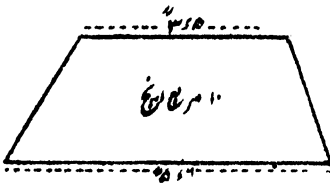
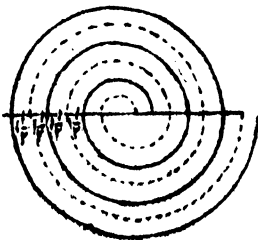
سوالات حل کرنے کے لیے اشارات

اور

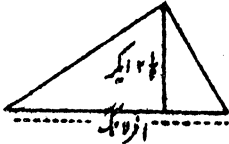
ضابطوں کا مجموعہ

اشارات

۱۰۶۔ (۱) جب کبھی ممکن ہو سوال کی وضاحت کے لیے شکل کھینچو اور شکل میں اُن تمام پیمائشوں کو مندرج کرو جو دی ہوئی ہوں۔

مثال:۔ کسی شکلِ منحرف کا رقبہ ۱۰ مربع انچ اور اس کے متوازی اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳٫۵ انچ اور ۶٫۵ انچ ہوں تو متوازی ضلعوں کا درمیانی عمودی فاصلہ معلوم کرو۔

(ب) اپنی شکل کو تین ابعاد میں مت کھینچو اگر دو ابعاد کی تراشش سے پورا مطلب حاصل ہو جاتا ہو۔

مثال۔ ۳ انچ قطر کی ایک کامل لچکدار رسی کا چھتّا بنایا گیا جو تین کامل ایک دوسرے سے چھوتے ہوئے حلقوں پر مشتمل ہے، رسی کا طول دریافت کرو۔

(ج) پہلے اُس اکائی کا فیصلہ کرو جس میں

کہ تم اپنے جواب کو ظاہر کرنا چاہتے ہو پھر حل کے دوران میں ہر جگہ اُسی کو استعمال کرو۔ اگر سوال میں رقبے اور طول دونوں شامل ہوں تو تمہارے رقبہ کی اکائی طول کی اکائی کے متناظر ہونی چاہیے۔

مثال:۔ اُس مثلث کا ارتفاع کتنی زنجیر ہوگا۔ جس کا رقبہ ۲½ ایکر اور جس کا قاعدہ ۱ فرلانگ ہے؟

مثلث کا ارتفاع = $\frac{۲ق}{ل}$ زنجیر .... دفعہ ۲۰

یہاں ق = ۲½ × ۱۰ = ۲۵ مربع زنجیر

اور ل = ۱۰ زنجیر

∴ مثلث کا ارتفاع = $\frac{۵۰}{۱۰}$ = ۵ زنجیر

چونکہ جواب زنجیروں میں مطلوب تھا اس لیے ۲½ ایکر کو ۱۰ سے ضرب دیکر مربع زنجیر میں اور فرلانگ کو ۱۰ سے ضرب دیکر طولی زنجیر میں تحویل کر لیا گیا۔

(۵) اگر صرف تقریبی جواب مطلوب ہو تو اعشاریہ کی ضرب اور تقسیم میں مختصر طریقے استعمال کرو۔

مثال:۔ اعشاریہ کے چوتھے مقام تک صحت کے ساتھ ۲،۴۹۸۳۲۶۸۴ اور ۱۲،۳۴۵۹۷۶ کا حاصل ضرب دریافت کرو۔

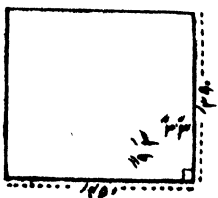
```
  ۴ ۸ ۶ ۲ | ۳ ۸ ۹ ۴ ، ۲
 ۱ ۲ ، ۳ ۴ ۵ ۹ | ۷ ۶
-------------------------
۲ ۴ ، ۹ ۸ ۳ ۲ | ۶
   ۴ ، ۹ ۹ ۶ ۶ | ۵
     ، ۷ ۴ ۹ ۴ | ۹
         ۹ ۹ ۹ | ۳
         ۱ ۲ ۴ | ۹
           ۲ ۲ | ۴
             ۱ | ۶
               | ۱
-------------------------
  ۳ ۰ ، ۸ ۴ ۴ ۲ |
```

دیکھو اس طریقہ میں مضاف علیہ کے مختلف ہندسوں سے بائیں سے دائیں جانب کی ترتیب میں ضرب دیا جاتا ہے اور دائیں سے بائیں کی ترتیب میں نہیں جیساکہ عام طور سے رواج ہے۔ مضروب کے اعداد کو جنکا تقریبی جواب پر کوئی اثر نہیں پڑتا انہیں لکیر کھینچ کر کاٹ دیا جاتا ہے۔

مثال:- ۹۳۶۲۱۳۵۰۷۹ کو ۷۵۰۸۳۶۲۴ سے تقسیم کرو:
جواب اعشاریہ کے دو مقامات تک صحت کے ساتھ مطلوب ہے۔

۷۵۰۸۳	۹۳۶۲۱	۱۲۴۶
	۷۵۰۸۳	
	۱۸۵۳۸	
	۱۵۰۱۶	
	۳۵۲۲	
	۳۰۰۳	
	۵۱۹	
	۴۵۰	

مطلوبہ جواب ۱۲٫۴۶ ہے

مطالعہ سے معلوم ہوتا ہے کہ خارج قسمت میں دو صحیح اعداد ہونگے۔
اس لیے نتیجہ چار اعداد پر مشتمل ہونا چاہیئے کیونکہ اعشاریہ کے دو مقامات تک صحت مطلوب ہے۔
اس لحاظ سے مقسوم علیہ اور مقسوم کے صرف پہلے پانچ اعداد لینا کافی ہوگا۔
بعد ازاں اعشاریہ کو نظر انداز کر دیا جاتا ہے۔
مقسوم علیہ کے اعداد قابل نظر انداز ہو جانے کے بعد اُن پر لکیر کھینچ دی جاتی ہے۔

(س) جہاں تک ممکن ہو سکے حل کے دوران میں جو حسابی عمل آئے اُسے نہ کرو اور آخر میں کسر مرکب کو مختصر کرو۔

مثال:- ۴۵۰ فٹ لمبے اور ۳۹۰ فٹ چوڑے فرش پر

۵ روپیہ ۸ آنہ سیکڑہ کے حساب سے ۳ فٹ ۹ انچ × ۳ فٹ ۳ انچ ابعاد کے پتھر بچھوانے کی لاگت معلوم کرو۔

فرش کا رقبہ } = ۴۵۰ × ۳۹۰ مربع فٹ

ہر ایک پتھر کا رقبہ } = $۳\frac{۳}{۴} \times ۳\frac{۱}{۴}$ مربع فٹ

∴ پتھروں کی مطلوبہ تعداد = $\frac{۳۹۰ \times ۴۵۰}{۳\frac{۱}{۴} \times ۳\frac{۳}{۴}}$

∴ لاگت = $\frac{۵\frac{۱}{۲} \times ۳۹۰ \times ۴۵۰}{۱۰۰ \times ۳\frac{۱}{۴} \times ۳\frac{۳}{۴}}$ روپیہ

$= \frac{۴ \times ۴ \times ۳ \times ۱۱ \times ۳۹۰ \times ۴۵۰}{۲ \times ۱۰۰ \times ۱۳ \times ۱۵}$

= ۷۹۲ روپیہ

(ع) اکثر یہ زیادہ مناسب ہے کہ ارقام π، $\sqrt{۲}$، $\sqrt{۳}$ .... کی قیمتیں آخر تک مندرج نہ کی جائیں۔ خاص کر اگر اُن کے ساقط ہو جانے کا احتمال ہو۔

مثال:- ایک مثلث مساوی الاضلاع اور ایک منتظم مسدس کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔ اگر ہر ایک کے ضلع کا طول مساوی ہو۔

فرض کرو کہ ہر ایک کے ایک ضلع کا ناپ ا انچ ہے

تب —

مثلث مساوی الاضلاع کا رقبہ = $\frac{ا^۲\sqrt{۳}}{۴}$ مربع انچ

اور مسدس کا رقبہ = $\frac{۳ا^۲\sqrt{۳}}{۲}$ مربع انچ

∴ مثلث کا رقبہ : مسدس کا رقبہ = $\frac{ا^۲\sqrt{۳}}{۴} : \frac{۳ا^۲\sqrt{۳}}{۲}$

= ۱ : ۶

(ف) مختلف اعداد کے حاصلِ ضرب کا جذر المربع اکثر اوقات مطالعہ سے معلوم ہوسکتا ہے اگر اعداد کو ایسے اجزا میں لکھا جائے کہ ہر جزو دو مرتبہ واقع ہو۔

مثال:- اگر ا = ۱۴۳، ب = ۲۲۰، ج = ۲۳۱ تو

$\sqrt{ص(ص-ا)(ص-ب)(ص-ج)}$ کی قیمت معلوم کرو جہاں $ص = \frac{ا+ب+ج}{۲}$

$\sqrt{ص(ص-ا)(ص-ب)(ص-ج)} = \sqrt{۲۹۷ \times ۱۵۴ \times ۷۷ \times ۶۶}$

$= \sqrt{۱۱ \times ۲۷ \times ۲ \times ۷۷ \times ۷۷ \times ۶ \times ۱۱}$

$= \sqrt{۱۱^۲ \times ۷۷^۲ \times ۲^۲ \times ۹^۲}$

$= ۱۱ \times ۷۷ \times ۲ \times ۹$

$= ۱۵۲۴۶$

(ک) یاد رہے کہ

$\sqrt{و^۲ - ا^۲} = \sqrt{(و-ا)(و+ا)}$

اور $\sqrt{و^۲ - ع^۲} = \sqrt{(و-ع)(و+ع)}$

مثال:- اس مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ دریافت کرو جس کے وتر اور ارتفاع کے ناپ بالترتیب ۱۱۵۷ گز اور ۱۱۵۵ گز ہیں۔

قاعدہ $= \sqrt{و^۲ - ع^۲}$ گز

$= \sqrt{(و-ع)(و+ع)}$

جہاں و = ۱۱۵۷، ع = ۱۱۵۵

∴ قاعدہ $= \sqrt{(۱۱۵۷ - ۱۱۵۵)(۱۱۵۷ + ۱۱۵۵)}$ گز

$= \sqrt{۲ \times ۲۳۱۲}$ گز

$= \sqrt{۲^۲ \times ۳۴^۲}$ گز

$= ۲ \times ۳۴$ گز

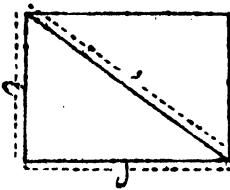
$= ۶۸$ گز

(۵) علم ہندسہ کی رُو سے اگر کوئی جواب غیر صحیح معلوم ہو یا بعض اور وجوہات کی بنا پر کوئی جواب مہمل ثابت ہوتا ہو تو اُس کو خارج از بحث سمجھو اور غلط مانو۔ مثلاً اگر قوس کا ارتفاع اور دائرے کا قطر دیے ہوئے ہوں اور قوس کے وتر کا طول مطلوب ہو اور تمہیں وتر کے لیے جو جواب حاصل ہو، وہ دائرے کے قطر سے زیادہ ہو تو صریحاً تمہارا جواب غیر صحیح ہے۔

یا اگر شکل پیمانہ کی رُو سے صحت کے ساتھ کھینچی گئی ہو تو اکثر اوقات تقریبی جواب اندازاً معلوم کرنا چنداں دشوار نہیں ہوتا۔ اور اگر مطلوبہ جواب طول ہو تو یہ خاص طور سے آسان ہے۔ اگر تمہارے حاصل شدہ نتیجہ اور قیاسی جواب میں بہت زیادہ فرق ہو تو اپنے جواب کو غلط سمجھو۔

ضابطوں کا مجموعہ

۱۰۷۔(۱) مستطیل —

(ا) $\text{ق} = \text{ل}\,\text{ع}$

(ب) $\text{و} = \sqrt{\text{ل}^2 + \text{ع}^2}$

جہاں ق = رقبہ، ل = طول، ع = عرض، و = وتر

(۲) مربع۔

(ا) $\text{ق} = \text{ا}^2$

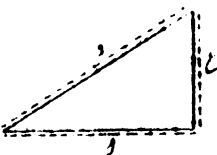
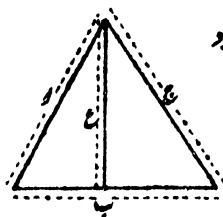
(ب) $\text{و} = \text{ا}\sqrt{2}$

جہاں ق = رقبہ، ا = ضلع، و = وتر

(۳) مثلث قائم الزاویہ —

(ا) $\text{و} = \sqrt{\text{ا}^2 + \text{ع}^2}$

(ب) $\text{ا} = \sqrt{(\text{و} - \text{ع})(\text{و} + \text{ع})}$

(ج) $\text{ع} = \sqrt{(\text{و} - \text{ا})(\text{و} + \text{ا})}$

جہاں و = وتر، ا = قاعدہ، ع = ارتفاع یا عمود

(۴) مثلث۔

(ا) $\text{ق} = \frac{1}{2}\,\text{ا ع}$

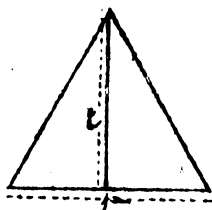
جہاں ق = رقبہ، ا = قاعدہ، ع = ارتفاع یا بلندی

(ب) $\text{ق} = \sqrt{\text{س}(\text{س}-\text{ا})(\text{س}-\text{ب})(\text{س}-\text{ج})}$

جہاں ق = رقبہ، ا، ب، ج تینوں اضلاع ہیں اور $\text{س} = \frac{\text{ا}+\text{ب}+\text{ج}}{2}$

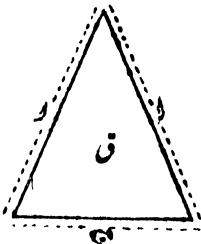
(۵) مثلث مساوی الاضلاع۔

(ا) $\text{ع} = \frac{\text{ا}\sqrt{3}}{2}$

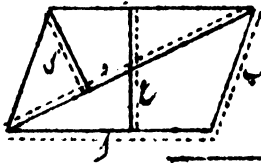
(ب) $\text{ق} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ا}^2$

جہاں ع = ارتفاع، ا = ضلع، ق = رقبہ

(۶) مثلث مساوی الساقین۔

$\text{ق} = \frac{\text{ج}}{4}\sqrt{4\text{ا}^2 - \text{ج}^2}$

جہاں ق = رقبہ، ا = ضلع، ج = قاعدہ

(۷) متوازی الاضلاع —

(ا) ق = اع

جہاں ق = رقبہ، ا = قاعدہ، ع = ارتفاع

(ب) ق = وس

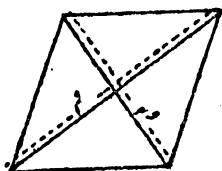
جہاں ق = رقبہ، و = وتر، س = وتر کا بیرونی عمود

(ج) $\text{ق} = 2\sqrt{\text{س}(\text{س}-\text{ا})(\text{س}-\text{ب})(\text{س}-\text{و})}$

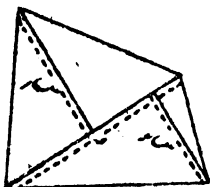
جہاں ق = رقبہ، و = وتر اور ا، ب، دو متصلہ اضلاع۔ نیز

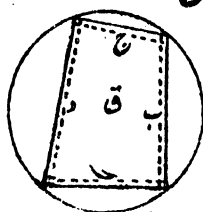
$\text{س} = \frac{\text{ا}+\text{ب}+\text{و}}{2}$

(۸) معین۔

$$ق = \frac{1}{2} \cdot و_1 \, و_2$$

جہاں ق = رقبہ، $و_1$ اور $و_2$ دونوں وتروں کے طول ہیں۔

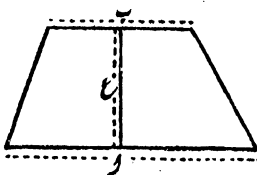
(۹) ذو اربعۃ الاضلاع۔

$$ق = \frac{1}{2} \cdot و \cdot (س_1 + س_2)$$

جہاں ق = رقبہ، و = وتر اور $س_1$ اور $س_2$ وتر کے بیرونی عمود ہیں۔

(۱۰) دائرہ کے اندرونی ذو اربعۃ الاضلاع

$$ق = \sqrt{(ص - ا)(ص - ب)(ص - ج)(ص - د)}$$

جہاں ق = رقبہ، ا، ب، ج، د اضلاع ہیں

اور $ص = \frac{ا + ب + ج + د}{2}$

(۱۱) شکلِ منحرف —

$$ق = \frac{1}{2} (ا + ب) \, ع$$

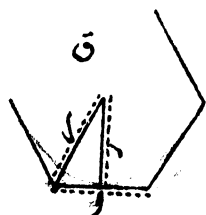
جہاں ق = رقبہ، ا اور ب متوازی اضلاع کے طول اور ع ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ہے۔

(۱۲) منتظم کثیر الاضلاع

(ا) $ق = \frac{ن}{2} \times ا \, ر$

(ب) $ق = \frac{ن ا}{2} \sqrt{ر^2 - \left(\frac{ا}{2}\right)^2}$

(ج) $ق = ا^2 \times \frac{ن}{4} \, مم \, \frac{180^\circ}{ن}$

(د) $ق = ر^{۲} \times ن \text{ مس } \frac{۱۸۰^\circ}{ن}$

(ہ) $ق = س^{۲} \times \frac{ن}{۲} \text{ جب } \frac{۳۶۰^\circ}{ن}$

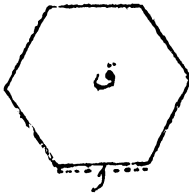
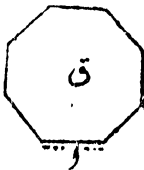
جہاں ق = رقبہ، ن = اضلاع کی تعداد، ا = ضلع، ر = اندرونی دائرہ کا نصف قطر، س = حائط دائرہ کا نصف قطر

(۱۳) منتظم مسدس۔

$ق = \frac{۳ ا^{۲} \sqrt{۳}}{۲}$

جہاں ق = رقبہ، ا = ضلع

(۱۴) منتظم مثمن

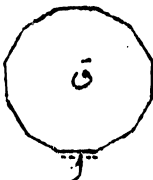
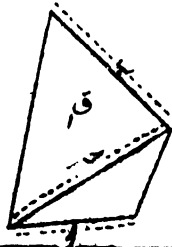
$ق = ۲ ا^{۲} (۱ + \sqrt{۲})$

جہاں ق = رقبہ، ا = ضلع

(۱۵) بارہ ضلعوں کے منتظم کثیر الاضلاع

$ق = ۶ ا^{۲} \sqrt{\frac{۷}{۴} + \sqrt{۳}}$

جہاں ق = رقبہ، ا = ضلع

(۱۶) متشابہ اشکال —

(۱) ا : ب = ط : ق

جہاں ا اور ب ایک شکل کے دو ضلعوں کے طول اور ط اور ق دوسری شکل کے متناظر اضلاع کے طول ہیں۔

(ب) $ق_1 : ق_2 = (ل_1)^2 : (ل_2)^2$

جہاں $ق_1$ اور $ق_2$ دونوں شکلوں کے رقبے اور $ل_1$ اور $ل_2$ اُن کے متناظر اضلاع کے طول ہیں۔

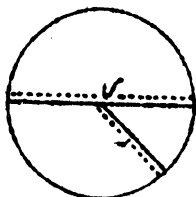
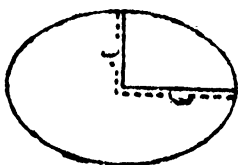
(١٧) دائرہ۔

(ا) $ط = \pi ہ$

(ب) $ق = \pi ر^2$

جہاں ط = محیط، ہ = قطر، ق = رقبہ، ر = نصف قطر

(١٨) قطع ناقص

$ق = \pi ا ب$

جہاں ق = رقبہ، ا = نصف محورِ اعظم، ب = نصف محورِ اصغر

(١٩) وترِ دائرہ۔

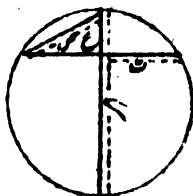
(ا) $ت = \sqrt{ع (ہ - ع)}$

(ب) $ص = \sqrt{ہ ع}$

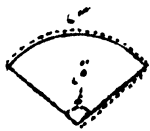
جہاں ت = قوس کا نصف وتر، ص = نصف قوس کا وتر، ع = قوس کا ارتفاع، ہ = دائرہ کا قطر

(٢٠) قوسِ دائرہ

(ا) $س = \frac{ھ}{٣٦٠} \times ٢ \pi ر$

(ب) $س = \frac{٨ص - ٢ت}{٣}$

جہاں س = قوس کا طول، ھ = قوس کا مرکزی زاویہ، ر = دائرہ کا نصف قطر، ت = قوس کا نصف وتر، ص = نصف قوس کا وتر

(٢١) قطاعِ دائرہ۔

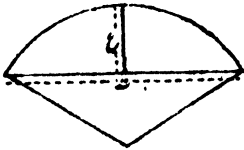
(ا) $ق = \frac{ھ}{٣٦٠} \times \pi ر^2$

(ب) ق = $\frac{1}{2}$ رس

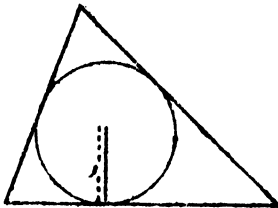
جہاں ق = رقبہ، ط° = قطاع کا زاویہ، س = قطاع کے قوس کا طول

ر = دائرہ کا نصف قطر

(۲۲) قطعہ دائرہ —

(ا) قطعہ = قطاع - مثلث

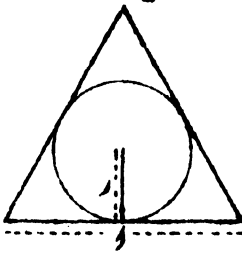
(ب) ق = $\frac{2}{3}$ ع $\sqrt{(\frac{1}{4} ت^2 + \frac{2}{5} ع^2)}$

جہاں ق = رقبہ، ع = قطعہ کا ارتفاع، ت = قطعہ کا وتر

(۲۳) مثلث کا اندرونی دائرہ

ر = $\frac{\triangle}{ص}$

جہاں ر = اندرونی دائرہ کا نصف قطر

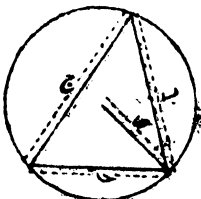
$\triangle$ = مثلث کا رقبہ، ص = مثلث کا نصف احاطہ

(۲۴) مثلث مساوی الاضلاع کا اندرونی دائرہ

ر = $\frac{ا}{2\sqrt{3}}$

جہاں ر = اندرونی دائرہ کا نصف قطر

ا = مثلث کا ضلع

(۲۵) مثلث کا بیرونی یا حائط دائرہ —

$س = \frac{ا ب ج}{4 \triangle}$

جہاں س = حائط دائرہ کا نصف قطر

$\triangle$ = مثلث کا رقبہ، ا، ب، ج مثلث کے تین اضلاع ہیں —

(۲۶) مثلث مساوی الاضلاع کا حائط دائرہ

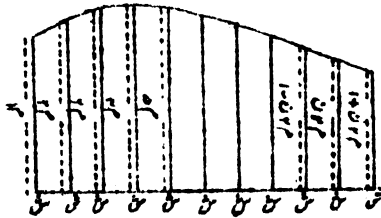
$$ر = \frac{ا}{\sqrt{۳}}$$

جہاں ر = حائط دائرہ کا نصف قطر،

ا = مثلث کا ضلع

(۲۷) سمپسن (Simpson) کا قاعدہ

$$ق = \frac{ش}{۳}\left\{(م_۱ + م_{۲ن+۱}) + ۲(م_۳ + م_۵ + \cdots + م_{۲ن-۱}) + ۴(م_۲ + م_۴ + \cdots + م_{۲ن})\right\}$$

جہاں ق = رقبہ، ش = مشترک فاصلہ، ۲ ن = اُن مساوی حصوں کی

تعداد جن میں کہ جریبی خط منقسم کیا گیا ہے $م_۱$، $م_۲$، ...... $م_{۲ن+۱}$ معین ہیں جن کو ایک ترتیب میں لکھا گیا ہے۔

تمت

جوابات

نمبری ۱ (ا) صفحہ ۳

۱- ۷۴۶½ گز- ۲- ۱۵۱۹۳½ فٹ- ۳- ۳۰۶۸۲½ فٹ-

۴- ۴۸۰ زنجیر- ۵- ۵۶۰ مربع پول- ۶- ۲۳۴۱۳½ مربع گز-

۷- ۹۰۰۰۰ مربع کڑی- ۸- ۱۸ میل ۵ فرلانگ ۲۳ پول ۴ گز ۲½ فٹ-

۹- ۷ء۳۸۶۲۹ ایکر- ۱۰- ۲۰ ایکڑ ۲ روڈ ۶ پول ۵½ مربع گز ۸ مربع فٹ-

۱۱- ۱۴۰- ۱۲- ۲۱۱۷½- ۱۳- ۱۶ گز- ۱۴- ۶۰۵ مربع گز-

نمبری ۱ (ب) صفحہ ۶

۱۵- ۱۱۲ گرہ- ۱۶- ۱۰ لاٹھ- ۱۷- ۱۷۵۰ ہاتھ-

۱۸- ۵۶۰۰ گرہ- ۱۹- ۶۸۰۰ بسوانسی- ۲۰- ۱۴ بیگہ ۶ بسواسہ
ا بسوانسی- ۲۱- ۶۴۰ بسوانسی- ۲۲- ۹۴ بسواسہ-

نمبری ۲ (ا) صفحہ ۱۰

۱- ۱۴۴ مربع فٹ- ۲- ۵۱۳ مربع فٹ- ۳- ۱۷۶۹ مربع فٹ-

۴- ۴ مربع فٹ ۱۵ مربع انچ- ۵- ۹ مربع فٹ ۵۴ مربع انچ- ۶- ۱۶ مربع فٹ ۸ مربع انچ-

۷- ۳ مربع گز ۳ مربع فٹ ۹۰ مربع انچ- ۸- ۱۲ مربع گز ۲ مربع فٹ-

۹- ۱۸ مربع گز ۵ مربع فٹ ۸۲ مربع انچ- ۱۰- ۴۶ء۸ ایکڑ-

۱۱- ۱۰،۹۴۴ ایکڑ۔ ۱۲- ۱۳،۶۷۱۷۴ ایکڑ۔ ۱۳- ۲ ایکڑ ۰ روڈ ۲۳،۲ مربع پول۔
۱۴- ۶ ایکڑ ۱ روڈ ۳۴،۰۱۲۸ مربع پول۔ ۱۵- ۶ ایکڑ ۲ روڈ ۲۱،۷۶ مربع پول۔
۱۶- ۲ گز ۹ انچ۔ ۱۷- ۱۲۱ گز۔ ۱۸- ۱۲۱ گز۔
۱۹- ۱۵ زنجیر۔ ۲۰- ۹ گز ۲ انچ۔ ۲۱- ۱۵ زنجیر۔
۲۲- ۸۸ گز۔ ۲۳- ۶ زنجیر ۳۵ کڑی۔ ۲۴- ۵ فرلانگ ۱۳ پول۔
۲۵- ۸۷ مربع گز ۱ مربع فٹ۔ ۲۶- ۸۵ مربع گز ۷ مربع فٹ۔
۲۷- ۱۶۰ مربع گز ۴ مربع فٹ۔ ۲۸- ۲۶۶ مربع گز ۷ مربع فٹ۔
۲۹- ۲۲،۵ ایکڑ۔ ۳۰- ۱۷،۶۶۲۲۴۱ ایکڑ۔ ۳۱- ۴،۶۶۷۸۵۶ ایکڑ۔
۳۲- ۱۴،۲۵۶۳۶ ایکڑ۔ ۳۳- ۱۸ فٹ۔ ۳۴- ۳،۵ زنجیر۔
۳۵- ۲۳،۴ زنجیر۔ ۳۶- ۶ زنجیر ۵۲ کڑی۔ ۳۷- ۱۷۶۴ روپیہ۔
۳۸- ۵۹ روپیہ۔ ۳۹- ۱۰۲ مربع گز ۶ مربع فٹ۔ ۴۰- ۸۴ گز۔
۴۱- $\frac{1}{3}$ ۱۴۳ مربع زنجیر۔ ۴۲- ۱ مربع گز ۸ مربع فٹ ۵۲ مربع انچ۔
۴۳- ۱۳ زنجیر۔ ۴۴- ۳۸۰ روپیہ۔ ۴۵- ۴ گز ۱ فٹ ۸ انچ۔
۴۶- ۱۰ زنجیر اور ۴۰ زنجیر۔ ۴۷- ۲۵۶ مربع گز۔ ۴۸- $\frac{1}{4}$ ۱۴ گز۔
۴۹- $\frac{3}{4}$ ۴۲۴ روپیہ۔ ۵۰- ۱۹۶ روپیہ ۵ آنہ ۴ پائی۔

نمبری ۲ (ب) صفحہ ۱۸

۵۱- ۳۵ بیگھہ۔ ۵۲- ۹،۱۲ بیگھہ۔
۵۳- ۲ بیگھہ۔ ۵۴- ۶ راسی۔
۵۵- ۲ راسی ۱۵ لاٹھہ۔ ۵۶- $\frac{97}{128}$ ۱۵۹ گز۔

سوالات امتحانات ۲

۱- ۵۴۰ مربع فٹ۔ ۲- ۲۳۸۸۰ جھاڑ۔
۳- ۳۷ پونڈ ۱۶ شلنگ $\frac{1}{2}$۴ پنس۔ ۴- ۱۶۸ طلبار۔
۵- ۱۰ پونڈ ۱۰ شلنگ۔ ۶- $\frac{1}{2}$ ۱۷۸۲ مربع فٹ۔

۷ — ۶ فٹ - ۸ - ۱۶ پونڈ ۳ شلنگ $\frac{۲}{۳}$ ۶ پنس - ۹ - ۵ ء ۵ ۰ ء ۷ پول -
۱۰ — ۱۰ گز ۲ فٹ ۷ ء ۰ ء ۵ انچ - ۱۱ — ۲۴ گز اور ۳۶ گز -
۱۲ — طول = ۳۱ فٹ، عرض = ۲۱ فٹ، بلندی = ۱۳ فٹ -
۱۳ - ۳۴ روپیہ ۱۳ آنہ ۶ پائی - ۱۴ - ۴ ۸ ء ۳ ۳ ایکڑ اور ۱۶ ء ۲ ایکڑ -
۱۵ — ۳ ۶ ۵ ۳ ء ۸ فٹ تقریباً - ۱۶ — ۴ ۸ ء ۳ ایکڑ -
۱۷ — ۹ فٹ - ۱۸ — ۹ $\frac{۳}{۴}$ انچ - ۱۹ — ۱۲ فٹ -
۲۰ — ۱۳ $\frac{۱}{۲}$ فٹ - ۲۱ — ۱۳ - ۲۲ — ۵۴ ء ۳ -
۲۳ — ۹۸۴ تختے - ۲۴ — ۱۳ $\frac{۲}{۵}$ منٹ - ۲۵ — ۳۳ پونڈ -
۲۶ — ۲۸۰ مربع فٹ - ۲۷ — ۸۲۰ انچ - ۲۸ — ۱۸ منٹ -
۲۹ — ۲۶ $\frac{۱}{۹}$ گز، ۹ روپیہ ۱۲ آنہ ۸ پائی - ۳۰ — ۴۹ ء ۶ گز -
۳۱ — ۱۸۰ $\frac{۱}{۹}$ گز - ۳۲ — ۴۰ $\frac{۲}{۹}$ مربع فٹ - ۳۳ — ۶۴۰۰ جھاڑ -
۳۴ — ۸۶۶ ء ۸ فٹ - ۳۵ — ۹۴۶ $\frac{۲}{۵}$ فٹ - ۳۶ — ۳۳ -
۳۷ — ۲۲۷ ۹۴ پونڈ ۵ شلنگ $\frac{۵}{۱۱}$ ۵ پنس - ۳۸ — ۱۷ ء ۰ ۵ ء ۱۸ فٹ -
۳۹ — ۳۲ گز - ۴۰ — ۹۸ گز ۲ فٹ - ۴۱ — ۸۱ -
۴۲ — $\frac{۲}{۴۴}$ ۱۶ ایکڑ - ۴۳ — ۱۲۰ فٹ، ۸۰ فٹ - ۴۴ — ۵۰ منٹ -
۴۵ — ۳۵ روپیہ ۷ آنے - ۴۶ — ۲۸۶۹ روپیہ ۵ آنے ۴ پائی -

کمیری (۳) صفحہ ۳۴

۱ — ۳ فٹ ۷′ - ۲ — ۱۳ فٹ ۸′ ۶″ - ۳ — ۹ فٹ ۲′ ۹″ -
۴ — ۱۰ فٹ ۷′ ۴″ - ۵ — ۸ فٹ ۹′ ۱′ ۶″ - ۶ — ۶ مربع فٹ ۲′ -
۷ — ۱۰ مربع فٹ ۴′ ۴″ - ۸ — ۸ مربع فٹ ۸′ ۲″
۹ — ۱۳ مکعب فٹ ۲′ ۳″ ۲‴ - ۱۰ — ۱۲ مکعب فٹ ۵′ ۰″ ۱۱‴
۱۱ — ۱۶ مکعب فٹ ۶′ ۸″ ۳‴ - ۱۲ — ۱۸ مکعب فٹ ۹′ ۵″ ۶‴ ۶⁗ -
۱۳ — ۷ مربع فٹ ۲′ - ۱۴ — ۱۴ مربع فٹ - ۱۵ — ۱۴ مربع فٹ ۴′ -
۱۶ — ۳۱ مربع فٹ ۳′ ۸″ - ۱۷ — ۴۸ مربع فٹ ۰ آ ۸″ -

۱۸— ۰ مربع فٹ ۳′ ۱۰″ ۶‴ ۔ ۱۹— ۰ مربع فٹ ۵′ ۴″ ۳‴ ۴⁗ ۔

۲۰— ۳۷ مربع فٹ ۸′ ۴″ ۸‴ ۔ ۲۱— ۷۸ مربع فٹ ۹′ ۱۱″ ۹‴ ۸⁗ ۔

۲۲— ۵۴ مربع فٹ ۰′ ۲″ ۶‴ ۸⁗

تمرین ۴ (ا) صفحہ ۴۳

۱— ۰٫۸۷ انچ۔ ۲— ۱۲۵ گز۔ ۳— ۱۷۶ گز ۲ فٹ۔

۴— ۱۰ گز ۱۰ انچ۔ ۵— ۱ میل ۵ فرلانگ ۳۷ پول۔ ۶— ۱۱ زنجیر ۹۰ کڑی۔

۷— ۲۷ زنجیر ۵۰ کڑی۔ ۸— ۳۹٫۷۳ زنجیر۔ ۹— ۸۸۰٫۲۲ کڑی۔

۱۰— ۳٫۳ انچ۔ ۱۱— ۷ انچ۔ ۱۲— ۳ میل۔

۱۳— ۶ زنجیر ۷۲ کڑی۔ ۱۴— ۸ میل ۲ فرلانگ۔ ۱۵— ۲۱۰ گز ۱۶۸ گز۔

۱۶— ۱۲٫۷۲ انچ۔ ۱۷— ۹ فٹ۔ ۱۸— ۸۵ انچ۔

۱۹— ۴ فٹ ۳ انچ۔ ۲۰— ۱۸٫۳۸ انچ۔ ۲۱— ۲ فٹ ۱۶ انچ۔

۲۲— ۷ فٹ ۴ انچ۔ ۲۳— ۴۷٫۴ زنجیر۔ ۲۴— ۲۲۴ روپیہ ۴ آنہ۔

۲۵— ۹۹۵ گز ۲ فٹ۔ ۲۶— ۴٫۹۴ فٹ تقریباً۔ ۲۷— ۲۴۳ میل تقریباً۔

۲۸— ۴۴ فٹ ۴ انچ۔ ۲۹— ۶٫۲۲۶ فٹ تقریباً۔ ۳۰— ۴٫۴۴ زنجیر ۸٫۱۰ زنجیر۔

تمرین ۴ (ب) صفحہ ۴۵

۳۱— ۲۵ راسی۔ ۳۲— ۸۵ ہاتھ۔ ۳۳— ۱۵۷ گرہ۔

۳۴— ۲۲۹ ہاتھ۔ ۳۵— ۳۶۵ گز۔ ۳۶— ۳۴۴ راسی۔

۳۷— ۹ ہاتھ۔ ۳۸— ۲۸ راسی۔ ۳۹— ۶۰ گرہ۔

۴۰— ۱۰٫۵ ہاتھ۔ ۴۱— ۸۴ گز۔ ۴۲— ۱۲۰ راسی۔

سوالات امتحانات ۴

۱— ۱۵٫۳۶۷ فٹ ۲— ۱۱٫۶۱۸ فٹ۔ ۳— ۸۰ فٹ۔

۴— ۴٫۸۶۱ میل۔ ۵— ۱۔ ۷— ۴۴ فٹ۔

۸ــ ۱ء۴۱۴۲۱ میل، ۶۴۰ ایکڑ۔ ۹ــ ۱۲۰ فٹ۔
۱۰ــ ۴ء۲۴۲۶... گز۔ ۱۱ــ ۱۶ فٹ۔ ۱۳ــ ۴ء۰۵۸۸..... فٹ۔
۱۴ــ ۱۲ء۶۱۹۴... فٹ۔ ۱۵ــ ۲ مربع فٹ۔ ۱۶ــ ۹۹ء۷۰۱... پول۔
۱۷ــ ۱۶ ۲/۳ انچ ۱۸ــ ۶۳۷ فٹ، ۲۴۵ فٹ۔ ۱۹ــ ۱۲ فٹ۔
۲۰ــ ۱۲۶۳۷ فٹ، ۱۲۰۱۲ فٹ ۲۱ــ ۸ فٹ۔
۲۲ــ ۵۰۰۰ مربع گز۔ ۲۳ــ ۵۶۲۵۰۰ مربع فٹ۔ ۲۴ــ ۲۰ ۲/۴ فٹ۔
۲۵ــ ۵۴۹ روپیہ ۱۳ آنے ۶ء۲ پائی۔

نمبری ۵ (ا) صفحہ ۶۳

۱ــ ۱۸۳ مربع فٹ۔
۲ــ ۷ مربع گز ۸ $\frac{۱}{۲}$ مربع فٹ۔
۳ــ ۸ مربع گز ۷ مربع فٹ ۱۹ $\frac{۱}{۲}$ مربع انچ۔ ۴ــ ۶ء۳۹۳۷۵ ایکڑ۔
۵ــ ۹ فٹ۔
۶ــ ۱۱ گز ۲ فٹ ۸ انچ۔
۷ــ ۸۱ زنجیر ۹۲ $\frac{۶۴}{۸۳}$ کڑی۔
۸ــ ۴۸ء۷۱۷۹ زنجیر۔
۹ــ ۱۲ مربع فٹ ۶ مربع انچ۔
۱۰ــ ۴ء۶۱ مربع گز تقریباً۔
۱۱ــ ۱ء۱۰۷۲۲۶ ایکڑ۔
۱۲ــ ۴ مربع گز ۲ مربع فٹ ۱۳۸ مربع انچ۔
۱۳ــ ۱۲۵ء۱۴... مربع فٹ۔
۱۴ــ ۶ مربع گز ۵ مربع فٹ ۱۱۲ مربع انچ تقریباً۔
۱۵ــ ۱۷ء۷۳۶... مربع زنجیر۔
۱۶ــ ۹۰ مربع فٹ۔
۱۷ــ ۲۳۱۰ مربع کڑی۔
۱۸ــ ۲۱۲۹۴ مربع انچ۔
۱۹ــ ۸۶۷۰۰ مربع فٹ۔
۲۰ــ ۷۴۷۰۵۴ مربع کڑی۔
۲۱ــ ۱۲ء۲۴ مربع زنجیر۔
۲۲ــ ۵۰ انچ۔
۲۳ــ ۱۲ زنجیر ۳۲ کڑی۔
۲۴ــ ۱۲۱۶ء۳... مربع کڑی۔
۲۵ــ ۳ء۹۶ روپیہ تقریباً ماہانہ۔
۲۶ــ ۷ فٹ ۵ انچ۔
۲۷ــ ۲۲۶۳۸ درخت۔
۲۸ــ ۱۶۷۶ء۷۴ مربع فٹ۔
۲۹ــ ۶ء۹۲۸... گز۔
۳۰ــ ۷۷ء۲...... گز۔
۳۱ــ ۱۸ : ۲/۳۔

امثلہ نمبری ۵ (ب) صفحہ ۲۶۵

۳۲ — ۹۷½ بیگھہ -   ۳۳ — ۱۲ بیگھہ ۱۳٫۸ بسواسس -

۳۴ — ۱۳ بیگھہ ۶ بسواس ۱۶ بسوانسی -   ۳۵ — ۶۴ لاٹھہ -

۳۶ — ۸ لاٹھہ -   ۳۷ — ۹۸ $\frac{۲}{۱۱}$ لاٹھہ -

۳۸ — ۳٫۸۹۷ بیگھہ   ۳۹ — ۱۶ بسواس ۱۶ بسوانسی -

سوالات امتحانات ۵

۱ — ۱۵ فٹ -   ۲ — (ا) رقبہ = کشتی کل کی سطح (ب) ۲۸ فٹ -

۳ — ۶۰ فٹ -   ۴ — ۲۲٫۷.... انچ -

۵ — ۱۴٫۴.... فٹ -   ۶ — ۲۱۶٫۵۰.... فٹ -

۷ — ۱۲ فٹ -   ۸ — ۸۴ مربع فٹ -

۹ — ۴۸۶ مربع انچ -   ۱۰ — ۲۷۶۲ مربع فٹ -

۱۱ — ۲۱٫۲۱۷.... مربع فٹ -   ۱۲ — ۱۹۹٫۷۰۵ -

۱۳ — ۳۰، ۶½ -   ۱۴ — ۱۴ زنجیر ۳٫۱۵ کڑی -

۱۵ — ۲۴ فٹ -   ۱۶ — ۱۲ پونڈ ۱۸ شلنگ -

۱۷ — ۳۵۷۰ مربع گز -   ۱۸ — ۳۴۳٫۳۰۱.... مربع فٹ -

۱۹ — ۲۸٫۹.... فٹ -   ۲۰ — ۳۹٫۶۸۶۲.... مربع فٹ -

۲۱ — ۳۱۷ فٹ تقریباً -   ۲۲ — ۱۰ ایکڑ ۱ روڈ ۳۳ پرچ تقریباً -

۲۳ — ۴۵۳۷½ مربع گز، ۲۷۲۲¼ مربع گز

۲۴ — ۳ ایکڑ ۲ روڈ ۹٫۰۸۸ پول -   ۲۵ — ۷۲٫۷۴.... فٹ -

۲۶ — ۵۸٫۸.... پول -   ۲۷ — ۴۵ فٹ، ۶۴۴ مربع فٹ، ۵۴۰ مربع فٹ

۲۸ — ۲۷٫۷۴.... گز یا ۲۴٫۰۰۱۲ گز -

۲۹ — ۲۲٫۴.... گز، ۲۵٫۸۴ گز، ۲۴ گز -   ۳۰ — ۳۷۵٫۰.... ایکڑ -

۳۱ — ۵۶٫۳۰.... مربع کڑی   ۳۲ — ۱ ایکڑ ۱ روڈ ۲۴ $\frac{۱۱۲}{۱۲۱}$ پول -

۳۳— ...۶٫۹۲۸ گز۔ ۳۴— ۶۲۰۹۶۴ گز تقریباً۔

۳۵— ...۳۴۳٫۴۶۴ فٹ، ۶٫۹۱۵ مربع فٹ۔ ۳۶— ...۴٫۲ گز۔

۳۷— ۴ پونڈ۔ ۳۸— ۱۱۹ $\frac{1}{21}$ مربع گز۔

۳۹— ۲۴۰۰، ۲۶۰۰، ۱۸۰۰، ۳۲۰۰ مربع فٹ۔

۴۰— ۱۵ ایکڑ ۰ روڈ ۳۷٫۹۱ پول۔ ۴۱— ۱ روڈ ۲۶٫۶۲ پول۔

۴۲— ۷۰۹ فٹ تقریباً۔ ۴۳— ۳۴۶۸ مربع فٹ۔

۴۴— ۱۲۱۸ پونڈ ۱۹ شلنگ $3\frac{1}{2}$ پنس۔ ۴۵— ۶۷ فٹ تقریباً۔

۴۶— ۹۸۴۱٫۱۲۵۱ مربع فٹ۔ ۴۷— ...۱۲۵٫۹ کڑی

۴۸— ۱۰ پونڈ ۴ شلنگ ۹ پنس۔ ۴۹— ۲ پونڈ ۱۵ شلنگ۔

۵۰— ...۳۶۹٫۶۱۳۰۵۸ مربع فٹ۔ ۵۱— ۵۷٫۱۹ فٹ۔

۵۲— ۱۹۲٫۸۳۷ مربع کڑی— ۵۳— ۴۰۷ روپیہ ۵ آنہ۔

۵۴— ۹۳۹۴۴٫۷۵۵ مربع گز— ۵۵— ۲۱ ایکڑ ۱ روڈ ۱۲٫۷ پول

۵۶— ۲۳۳ مربع گز ۳ مربع فٹ۔ ۵۷— ...۱۲۸٫۹ فٹ۔

۵۸— ۴ پونڈ۔ ۵۹— ۲۰۲ فٹ تقریباً۔

۶۰— ۲۴۰ گز۔ ۶۱— ۱۲۰ مربع فٹ۔

۶۲— ۱۴٫۹۴۱ انچ۔ ۶۳— ۱٫۵ فٹ۔

۶۵— ۱۵٫۹۹۔ ۶۶— ۸ $\frac{1}{2}$ انچ۔

۶۷— ۱ ایکڑ۔ ۶۸— ۱۱۲۰ مربع گز۔

نمبری ۶ (ا) صفحہ ۱۳

۱— ۳۱۲ مربع فٹ۔ ۲— ۵۲ مربع گز ۸ مربع فٹ۔

۳— ۱۹۶٫۶۵۱۲ مربع زنجیر۔ ۴— ۸ فٹ۔

۵— ۱ گز ۲ فٹ۔ ۶— ۲٫۶۳۱ زنجیر۔

۷— ۱۲ مربع فٹ ۱۰۸ مربع انچ۔ ۸— ۱۱٫۵۸۱۴۴ ایکڑ۔

۹— ۲ گز۔ ۱۰— ...۱۰۶٫۸۲ انچ۔

۱۱ — ۸۹ روپیہ ۲ آنہ۔ ۱۲ — ۱۱ ۳۵ مربع انچ تقریباً۔ ۱۳ — ۶۶ زنجیر۔

نمبری ۶ (ب) صفحہ ۶۳

۱۴ — ۲۰ ۳ بیگھہ۔ ۱۵ — ۱۶ بیگھہ ۹ بسواس ۱۲ بسوانسی۔

۱۶ — ۵۶ بیگھہ ۸ بسواس ۱۶ بسوانسی۔ ۱۷ — $\frac{۴}{۳۴}$ ۱۲ لاٹھہ۔

۱۸ — ۱ بیگھہ ۴ بسواس ۱۹ — $\frac{۷}{۸}$ ۴ بسواس۔

سوالات امتحانات ۶

۱ — ۵ فٹ، $\frac{۳}{۵}$ ۴ فٹ۔ ۲ — ۶۵۴۴۳، ۶۰۔

۳ — ۲ ایکر ۲۵، ۷۴ سینٹ۔ ۴ — ۸۰۰۰ مربع فٹ۔

۵ — ۸ فٹ۔ ۶ — ۲۵۶ مربع انچ، ۸$\overline{۵}$ انچ۔

۷ — ۱۵، ۲۹، ۷ فٹ، ۱۵، ۳۲۹ فٹ۔ ۸ — ۱۲۰۰ مربع گز، ۲، ۱۴۴ گز، ۲۸، ۳۳ گز۔

۹ — ۹۶ ۱۰۲ مربع فٹ، ۱۲۵ فٹ، ۸ ۳۶، ۸۲ فٹ۔

۱۰ — ۱، ۷۱، ۴۹ فٹ، ۹ ۳، ۶۲۷ مربع فٹ۔

۱۱ — ۱۲، ۷۲۴، ۶۴۳، ۱۶۰۰، ۲۰۔

۱۲ — ۱۰۵۴ فٹ، ۶۲۵ فٹ، ۳۶۴، ۶۶ ۵ فٹ۔

۱۳ — ۱۳۵۰ مربع فٹ، $\frac{۱}{۲}$ ۷ ۳ فٹ، ۶ ۳ فٹ۔ ۱۴ — ۳۸۴ مربع فٹ۔

۱۵ — ۲ فٹ انچ، ۲ مربع فٹ ۸۴ مربع انچ۔ ۱۶ — ۱۲۰ پونڈ ۲ شلنگ ۷ پنس۔

۱۷ — ۲۴۰۰ مربع فٹ، ۰۵ فٹ، ۴۸ فٹ۔

نمبری ۷ (ا) صفحہ ۶۵

۱ — ۲۱۳۰۰ مربع فٹ۔ ۲ — ۱۰۲ مربع فٹ۔

۳ — ۴۴۴۶، ۴۳ مربع زنجیر۔ ۴ — ۹۱۰۷، ۹۳ مربع زنجیر۔

۵ — ۱۱۲۰ مربع فٹ۔ ۶ — ۲۴ مربع فٹ۔

۷ — ۳۶۰۲، ۴ مربع زنجیر۔ ۸ — ۹۶۸۸۸ مربع زنجیر۔

۹ — ۴۲ $\frac{۱}{۲}$ گز۔ ۱۰ — ۲۵،۱ زنجیر۔
۱۱ — ۲۳۲ روپیہ ۱۴ آنہ۔ ۱۲ — ۸۴۷ روپیہ ۲ آنہ۔
۱۳ — ۱۱۵۰ روپیہ ۵ آنہ ۱۰،۷۵۶ پائی۔ ۱۴ — ۳۹۸ روپیہ ۱۵ آنہ ۰،۴۸ پائی۔
۱۵ — ۲۵ روپیہ۔ ۱۶ — ۸۰ گز۔
۱۷ — ۱۹ مربع گز ۹۹ مربع انچ۔ ۱۸ — ۱۷ فٹ، ۹ فٹ۔ ۱۹ — ۲۸۸۶ مربع کڑی

نمبری ۷ (ب) صفحہ ۹۷

۲۰ — ۲۴۳،۳ بیگھہ۔ ۲۱ — ۱۲ بیگھہ ۸ بسواس ۴ بسوانسی۔
۲۲ — ۱۰۸۰ بیگھہ۔ ۲۳ — ۱۸ بیگھہ ۱ بسواس ۱۲ بسوانسی۔
۲۴ — ۲ $\frac{۱}{۱۳}$ راسی۔ ۲۵ — ۲ $\frac{۱۲}{۱۷}$ راسی۔

سوالات امتحانات ۷

۱ — ۱۷۶۴ مربع فٹ۔ ۲ — ۷ زنجیر ۷۰ کڑی۔
۴ — ۱۲۰۵۴ مربع فٹ۔ ۵ — ۱۱۴ مربع فٹ۔
۶ — ۷۸ مربع فٹ۔ ۷ — ۷۵۰۰ مربع فٹ۔
۸ — ۲۰۴ مربع گز۔ ۹ — ۱۲۵۰۰۰ مربع فٹ۔
۱۰ — ۷۷ گز۔ ۱۱ — ۲ ایکڑ ۲ روڈ ۸ پول تقریباً۔
۱۲ — ۲۱۰ مربع گز۔ ۱۳ — ۱۲۵۱۲،۱۳ ایکڑ۔
۱۴ — ۲۔۔۔۳۶۲،۱۷ ایکڑ۔ ۱۵ — ۸۹۹،۸۴ تقریباً، ۴۹،۴۴۸ تقریباً۔
۱۶ — ۱۰۸۳۳ مربع گز تقریباً۔ ۱۷ — ۲۳ فٹ، ۲۷ فٹ۔
۱۸ — ۲۱۶۔ ۱۹ — ۱۲۸ $\frac{۱}{۴}$ مربع گز۔
۲۰ — ۳ $\frac{۳}{۷}$ فٹ، ۴ $\frac{۲}{۷}$ فٹ، یا $\frac{۲}{۷}$ فٹ، $\frac{۱۶۲}{۲۱}$ فٹ۔
۲۱ — ۹۹۔۔۔،۴۳۱۶ مربع فٹ۔ ۲۲ — ۲۰ ایکڑ۔
۲۳ — ۴۳۳۹،۳۶ ایکڑ۔ ۲۴ — ۳۳۔۔۔۰،۵۴ مربع فٹ۔
۲۵ — ۲۶۲،۶ مربع فٹ۔ ۲۶ — ۵۶۰ مربع فٹ۔

۲۷- ....۱۲۲۹،۸ مربع فٹ -   ۲۸- ....۵۲۳۳۰،۳ -

۲۹ — ۹ -   ۳۰ — $\frac{۲۳}{۲۷}$ ۱۰۱ گز -

۳۱ — ۴۵۴۹،۹۲ مربع فٹ -   ۳۲ — ۱ فٹ ۲ فٹ -

۳۳ — ۷۲۰ مربع گز -   ۳۴ — $\frac{۱}{۳}$ ۸۸۵ مربع فٹ -

۳۵ — $\frac{۳}{۴}$ ۱۳ فٹ -   ۳۶ — ۱۴۳ گز -

۳۷ — ۳۱۲۰ مربع زنجیر -

۳۸- $\frac{ا+ب}{۴(ا-ب)}\sqrt{(ا-ب+ج+د)(ج+د-ا+ب)(ا-ب-ج+د)(ا-ب+ج-د)}$ -

۳۹ — ۳۴۰۵ مربع انچ   ۴۰ — ۶۰۰ مربع گز -   ۴۱ — ۴۹۴۷۰ مربع گز -

نمبری ۸ (ا) صفحہ ۱۱۸

۱ — ۵۴ مربع زنجیر ۲۵ مربع کڑی -   ۲- ....۱۶۶،۲۷ مربع انچ -

۳- ....۲،۷۴۴۳۲ ایکڑ -   ۴- ....۵۸۴،۵۶ مربع فٹ

۵- ....۵۰۹،۲۲ مربع انچ -   ۶ — ۶۱۸،۱۸ مربع کڑی -

۷ — ۶۱،۹۳۴۴۳ مربع گز -   ۸ — ۴۲۷۴ روپیہ ۱۰ آنہ ۱۱ پائی تقریباً -

۹ — ۲۵۱۹،۱ مربع گز -

امثلہ نمبری ۸ (ب) صفحہ ۱۱۹

۱۰- ....۱۲،۹۹۰۳ بسواس -   ۱۱- ....۱۹،۳۱ بیگھ

۱۲ — ۰،۶۲ راسی -

سوالات امتحانات ۸

۱ — ۲۳۶۳۶ مربع فٹ تقریباً -   ۲ — ۲۵۹،۸۰۷ مربع فٹ -

۳ — ۱۲ ایکڑ ۱۱ پول تقریباً -   ۴- ....۸۲،۸ مربع فٹ -

۵ — ۲۹۳،۸۹ مربع انچ -   ۶ — ۴ : ۳ | ۳۲ : ۶ -

۷ — ۳ء۲۵ گز تقریباً۔ ۸ — ۳۶ء۳ فٹ، ۲۲۷۰ء۴ مربع فٹ۔

۹ — ۴ ۲/۴ فٹ۔ ۱۰ — ۷۳۵۸ء۶۴۷۵ مربع فٹ۔

۱۲ — ۰ء۸۵ فٹ تقریباً۔ ۱۳ — ن۰ ۲/۴ مم ۱۸۰/ن، ۱۴ء۵۳۵۶ مربع فٹ۔

۱۴ — ۲ ۲/۴ مربع فٹ۔ ۱۵ — ۱۶۵ء۶۸۔

۱۶ — ۳/۱۶ مربع فٹ۔ ۱۷ — ....۱۵ء۸ گز، ۹ء۵۴ گز۔

۱۸ — ۶۴۹۵ء۰۰ مربع فٹ۔ ۱۹ — .....۲۳۳۸ء۲۶ مربع فٹ۔

۲۰ — .....۱۹۳۱ء۳ مربع فٹ۔ ۲۱ — ۳ مربع فٹ۔

۲۲ — .....۰۲۹۵ء۷ فٹ، ۱۱۹ء۲۹ مربع فٹ۔ ۲۳ — ۱۵ء۰۰ فٹ۔

۲۴ — ۵۶۲۵ مربع فٹ، ۶۴۹۵ مربع فٹ۔

۲۵ — ۳۱۱ء۲۵ مربع فٹ۔ ۲۶ — ۴ء۶۸۲ فٹ۔

نمبری ۹ (ا) صفحہ ۱۳۱

۱ — ۱۹۸ ایکڑ۔ ۲ — ۶۶ مربع فٹ ۱۱۷ مربع انچ۔

۳ — ۱۴۶ء۴۳۷۵ مربع انچ۔ ۴ — ۱۱ مربع گز ۲۷ مربع انچ۔

۵ — ۱۱ء۹۰۴ ایکڑ۔

نمبری ۹ (ب) صفحہ ۱۳۱

۶ — ۲۰ء۱۶ بیگھہ۔ ۷ — ۱۱ بیگھہ ۱۴ء۴ بسواس۔ ۸ — ۳۶ء۴۷ بیگھہ۔

سوالات امتحانات ۹

۱ — ۲ء۱۸۷۵ ایکڑ، ۵۰۰ کڑی۔ ۲ — ۴۰۵۸ء۳۱ مربع گز۔

۳ — ۱۹۰۲ مربع فٹ۔ ۴ — ۱۹۲ مربع فٹ۔

۵ — ۵۴۶ مربع فٹ، ۱۳ ۱/۲ فٹ۔ ۶ — ۲۷۸۱۳ مربع فٹ تقریباً۔ ۷ — ۹۵۰ مربع گز۔

۸ — ۷۲۲۳۰ مربع گز تقریباً۔ ۹ — ۱۶۲۴۶۳ء۹۳۷۵۔

سوالات امتحانات نمبری ۱۰ صفحہ ۱۴۰

۱ـ ۰٫۹۷۸ ایکڑ۔ ۲ـ ۰٫۲۲۳۱ ایکڑ۔ ۳ـ ۱۳۴۰٫۳۰ مربع گز۔ ۴ـ ۳٫۳۵۰۷۵ ایکڑ۔
۵ـ ۶٫۶۲۲۶ مربع زنجیر۔ ۶ـ ۱۰ ایکڑ ا روڈ ۱۶٫۱۸ پول۔ ۷ـ ۲ ایکڑ ا روڈ ۲۸ پول۔
۸ـ ۲٫۰۵ ایکڑ۔ ۹ـ ۱٫۷۹۶۷ ایکڑ۔ ۱۰ـ ۱۳۲۱۰۲ مربع کڑی
۱۱ـ ۰٫۶۶۲ ایکڑ۔ ۱۲ـ ۱٫۴۵ ایکڑ۔

نمبری ۱۱ (ا) صفحہ ۱۵۵

۱ـ ۱۰ $\frac{۵}{۱۳}$ انچ۔ ۲ـ ۵ فٹ۔ ۳ـ ۲ فٹ ۱۱ $\frac{۲۹}{۳۵}$ انچ۔
۴ـ ۱۱ $\frac{۱۲}{۴۳}$ فٹ۔ ۵ـ ۹ $\frac{۱۷}{۳۷}$ فٹ۔ ۶ـ ۳۳ $\frac{۱}{۳}$ گز۔
۷ـ ۲۶۶٫۹ میل۔ ۸ـ ۳٫۲۴۵ انچ تقریباً۔ ۹ـ ۳ $\frac{۱}{۵}$ میل۔
۱۰ـ ۱۸۰ فٹ۔ ۱۱ـ ۶ $\frac{۳}{۷}$ کڑی۔ ۱۲ـ ۲۳۰ فٹ۔

نمبری ۱۱ (ب) صفحہ ۵۶

۱۳ـ ۲۱٫۳۱۵ لاکھ تقریباً۔ ۱۴ـ ۱۰٫۵۹ راسی تقریباً۔
۱۵ـ ۳۶٫۱۶ لاکھ تقریباً۔ ۱۶ـ ۷ راسی ۳٫۷۵ لاکھ۔

سوالات امتحانات ۱۱

۲ـ ۹ فٹ۔ ۳ـ ۲۶٫۳۴۱ فٹ۔
۴ـ ۳۳ $\frac{۱}{۳}$ فٹ۔ ۵ـ ۹ انچ۔ ۶ـ $\frac{ا ع}{ا + ع}$۔
۷ـ ۴ فٹ ۸ انچ۔ ۸ـ ۵ $\frac{۱}{۳}$ فٹ۔ ۱۰ـ ۲۵ فٹ۔
۱۱ـ ۱۰ فٹ، ۱۲ فٹ۔ ۱۲ـ ۸، ۶۔
۱۳ـ ۱۰ $\sqrt{۱۰}$ فٹ، ۱۰ $\sqrt{۱۵}$ فٹ، ۲۵۰ $\sqrt{۶}$ مربع فٹ۔
۱۴ـ $\frac{ا^{۲} ب^{۲}}{(ا + ب)^{۲}}$۔ ۱۵ـ ۳۵۲ $\frac{۱۱}{۱۲}$ مربع فٹ۔

۱۶— $\frac{۱}{۲}$۸۷ ہاتھ - ۱۷— ۲۰ انچ -

نمبری (۱۲) صفحہ ۱۷۴

نوٹ - یہ نتائج π کی قیمت پر انحصار ہونیکی وجہ سے تقریبی ہیں :-

۱— $\frac{۱}{۲}$۵ فٹ - ۲— $\frac{۲}{۳}$۵۸ گز - ۳— $\frac{۲}{۹}$۵۶ گز -

۴— ۷۳ زنجیر ۹۲ کڑی - ۵— ۲۸ انچ - ۶— $\frac{۲}{۳}$۴ گز -

۷— $\frac{۷}{۹}$۲۱ گز - ۸— ۱۴۷ زنجیر ۷ کڑی - ۹— ۵۵۰۰ گز -

۱۰— ۸۸ روپیہ - ۱۱— ۳۳ انچ - ۱۲— ۹ میل فی گھنٹہ -

۱۳— $\frac{۷}{۴۴}$ انچ - ۱۴— $\frac{۴}{۷}$ ۹۸۵۷۱۴۲۸ر میل - ۱۵— ۲۸ انچ ، ۳۰ انچ -

۱۶— $\frac{۶}{۷}$۱۲۷۲ انچ - ۱۷— $\frac{۱}{۲}$۲۷۴۹۴ فٹ - ۱۸— ۶۱۶ مربع گز -

۱۹— $\frac{۱}{۲}$۳۴۶ مربع انچ - ۲۰— ۴ مربع فٹ ۴۰ مربع انچ - ۲۱— ۲۷۳ مربع گز ۷ مربع فٹ -

۲۲— ۲۰ مربع گز ۱۰۶ مربع انچ - ۲۳— ۵۵ مربع زنجیر ۴۴۰۰ مربع کڑی -

۲۴— ۲۳ مربع پول $\frac{۱۱}{۲۸}$۱۱ مربع گز - ۲۵— ۲۹ مربع زنجیر $\frac{۱}{۷}$۶۲۱۱ مربع کڑی -

۲۶— ۷ گز - ۲۷— ۱۲ر۱۲ انچ - ۲۸— ۲۲ر۱۳ انچ -

۲۹— ۰ر۲۲۱۳ زنجیر - ۳۰— ۱۹ر۷۹۸۸ زنجیر - ۳۱— ۱۰ر۶ پائی -

۳۲— ۱۵۷ روپیہ ۳ آنہ ۴ پائی - ۳۳— $\frac{۲}{۱۱}$ ۱۸ر۷۱ روپیہ -

۳۴— ۳۹۲ر۰۱ فٹ - ۳۵— $\frac{۱}{۱۱}$۵۰ ایکڑ - ۳۶— ۲۴ روپیہ ۲ آنہ تقریباً -

۳۷— ۱۵۴ مربع فٹ - ۳۸— ۲۰ر۸۰۲ انچ - ۳۹— ۲۴۶ر۶۶ گز -

۴۰— ۵۱ر۸۴ فٹ - ۴۱— ۱۲ر۴۰۹ فٹ - ۴۲— ۳۷۸ مربع انچ -

۴۳— ۴۵٫۲۶ گز۔ ۴۴— ۲ : ۳√۳ ۔ ۴۵— √۱۲ : ۲ ۔

سوالات امتحانات[1] ۱۲

۱— ۱۳۲ فٹ ۔ ۲—...۱۶٫۵۶۸ فٹ ۔ ۳— ۱۷۶ مربع فٹ ۔

۴— ۴۲۴٫۳۹ گز۔ ۵— ۸۳۳ پونڈ ۱۷ شلنگ ۳ پنس۔

۶— ۲۱٫۷۶ گز/ ۱۰۵٫۸۳ گز/ ۴۰٫۳۰ گز۔ ۷— ۴۰۴۸ گز۔

۸— ۱۰ فٹ ۔ ۹— ۲۷۷٫۵۹۷ گز۔ ۱۰— ۲۷۵۷۰۰ ½ مربع فٹ ۔

۱۱— ۹۸۸٫۳ گز۔ ۱۲— ۲۷٫۲۷۱۲۷ مربع گز۔ ۱۳— ۵۰٫۲۲ فٹ ۔

۱۴— ۴۲٫۵۷ فٹ ۔ ۱۵— ۱۰۵ گز ۔ ۱۶— ۱۳۱ ۵/۶ مربع فٹ

۱۷— ۳√۳ : ۱۲ ۔ ۱۸— ۱۴ فٹ ۔ ۱۹— ا = ب(۲ ± √۲) ۔

۲۰— ۳۳٫۸۲۲۰۰ مربع پول ۔ ۲۱— ۱۹ پونڈ ۰ شلنگ ۳ ۳/۴ پنس۔

۲۲— ۲۸٫۳۰۷ گز تقریباً ۔ ۲۳— ۵۰۸۲ انچ ۔ ۲۴— ۲۰۱ مربع فٹ تقریباً۔

۲۵— ۷۵ پونڈ ۱۹ شلنگ ۵٫۵۴۴ پنس ۔ ۲۶— ۴۶۳۹٫۴ انچ۔

۲۸— ۳ ۹/۱۱ فٹ، ۹۳ فٹ ۔ ۲۹— ۷۵٫۲۸۱ فٹ ۔ ۳۰— ۵٫۰۲۳ میل ۔

۳۱— ۶۶۰۰ روپیہ ۔ ۳۲— ۹۵٫۴ انچ ۔ ۳۳— ۵۸۵۴ ۲/۱۱ مربع فٹ ۔

۳۴— ۲۰۶۶۲ ۱/۴ ۳۴ مربع فٹ، ۷۰٫۳ فٹ ۳۵— ۲۳۶ مربع گز ۸۲ ۲/۳ مربع انچ۔

۳۶— ۰٫۷۱ فٹ ۔ ۳۷— ۴۶٫۲۱ مربع انچ۔ ۳۸— ۱۱۷٫۰۷۴۰ مربع فٹ۔

۳۹— △ = ۳۶ مربع فٹ × [illegible] ۱۰۳ مربع فٹ۔ ۴۰— ۷٫۲۷۴ گز۔

۴۱— ۱۵٫۰۹۳ انچ۔ ۴۲— ۱۵۹٫۳۱۴ مربع فٹ۔

[1] نوٹ یہ نتائج π کی قیمت پر انحصار ہونے کی وجہ سے تقریبی ہیں۔

۴۳ — ۰٫۰۰۹۸ میل ۔ ۴۴ — ۷۵٫۱۷ فٹ ۔ ۴۵ — ۷ گز ۔

۴۶ — ۱۱۷۶۴ ۲/۷ مربع فٹ ۴۷ — ۱٫۳۷ مربع فٹ تقریباً ۔ ۴۸ — ۱٫۸۱۸ فٹ ۔

۴۹ — ۹۳٫۹۸ مربع انچ ۔ ۵۰ — ۳٫۱ فٹ، ۸٫۱۶۸ فٹ ۔

۵۱ — ۳ انچ، ۹ ۲۶ مربع انچ ۔ ۵۲ — ۶۶۰ فٹ ۔

۵۳ — ۰٫۷۸۵۳ ۔ ۵۴ — ۱ : ۱٫۰۵۰۰ ۔

نمبری (۱۳) صفحہ ۱۹۶

۱ — ۳۲ فٹ ۔ ۲ — ۲ فٹ ۱۰ انچ ۔ ۳ — ۱۱ زنجیر ۲۵ کڑی یا

۱ زنجیر ۲۵ کڑی ۴ — ۳ فٹ ۶ انچ ۔ ۵ — ۲۲ زنجیر ۶۸ کڑی ۔

۶ — ۷ فٹ ۱ انچ ۔ ۷ — ۱۵٫۴ زنجیر ۔ ۸ — ۲۱ کڑی ۔

۱۰ — ۹٫۳۷۵ انچ ۔ ۱۱ — ۳ فٹ ۱۰٫۵ انچ ۔ ۱۲ — ۸ ۸/۲۱ انچ ۔

۱۳ — ۵ فٹ ۱۱ ۱/۲ انچ ۔ ۱۴ — ۴٫۴ انچ ۔ ۱۵ — ۱۰۵° ۔

۱۶ — ۴۲° ۔ ۱۷ — ۱۵° ۲۶′ ۔ ۱۸ — ۱۹۶۰ کڑی

۱۹ — ۲۱ گز ۔ ۲۰ — ۱ فٹ ۱۱ انچ ۔ ۲۱ — ۹ زنجیر ۴۴ کڑی ۔

۲۲ — ۵۵٫۵۵ انچ تقریباً ۔ ۲۳ — ۳ فٹ ۶ ۲/۳ انچ ۔

سوالات امتحانات ۱۳

۱ — ۱۳ فٹ ۔ ۲ — ۱۲٫۶۰۶۱ انچ یا ۱۳۹۳۸٫۷ انچ ۔

۳ — ۸٫۳۴۳ فٹ ۔ ۴ — ۱۰٫۱۶ فٹ، ۷٫۸۱۰۲ فٹ ۔

۵ — ۱۰۰ فٹ، ۱۳٫۳۹۷ فٹ، ۷۶٫۱۵ فٹ ۔ ۶ — ۵۰٫۷ فٹ ۔

۷ — ۸ء۷۴ فٹ تقریباً۔ ۸ — ۱۳ء۵۵ فٹ تقریباً۔

۹ — ۴۲۲۲۳ ۱۰۵۵/۱۰۵۶ میل ۱۰ — ۱۱ء۰۹ انچ۔ ۱۱ — ۲۶ء۳۲۱... ۔

۱۲ — ۲۹ فٹ، ۲۲ء۰۶ فٹ تقریباً۔ ۱۳ — ۱۰ فٹ، ۵۰ فٹ ۔

۱۴ — ۴ فٹ ۔ ۱۵ — ۵ء۷۴۴... فٹ ۔ ۱۶ — ۱۵ فٹ تقریباً۔

۱۷ — ۱۲۵ء۶۲... فٹ ۔ ۱۸ — ۱۴ء۶۸۵... انچ ۔ ۱۹ — ۱۵ فٹ ۷ انچ ۔

۲۰ — ۱۰ انچ ۔ ۲۱ — ۲۶ ۲/۳ فٹ ۔ ۲۲ — ۶√۲ فٹ ۔

۲۳ — ۱۶۵ ۔ ۲۴ — ۱۰۲ فٹ ۔ ۲۵ — ۳۱۴ء۱۵۹ مربع فٹ

۲۶ — ۱۹ء۰۷ میل تقریباً۔ ۲۷ — ۳√۳/۲ مربع انچ

۲۸ — ۲۰ انچ، ۱۵ انچ ۔ ۲۹ — ۱۰۰۳ فٹ تقریباً۔

نمبری (۱۴) صفحہ ۲۱۸

۱ — ۱۳۴ ۲/۲۱ مربع انچ ۔ ۲ — ۴ ۲۴/۶۳ مربع فٹ ۔

۳ — ۱۱ مربع گز ۳ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ ۴ — ۲۰ء۸۸۲۸ مربع زنجیر ۔

۵ — ۲۰ ۴/۱۱° ۔ ۶ — ۳۵° ۴۷ ۸/۱۱′ ۔ ۷ — ۴ء۵۱۲۶ فٹ ۔

۸ — ۷ء۶۷۵۲ انچ ۔ ۹ — ۲۱۰ مربع انچ ۔ ۱۰ — ۷۱ ۱/۴ مربع فٹ ۔

۱۱ — ۵ فٹ ۔ ۱۲ — ۶ انچ ۔ ۱۳ — ۶ انچ ۔

۱۴ — ۱۰ فٹ ۔ ۱۵ — ۲۱۶° ۔ ۱۶ — ۱۶ء۰۸ مربع انچ ۔

۱۷ — ۲۷ء۴۶ فٹ تقریباً۔ ۱۸ — ۱۰۰۸ ۱/۳ مربع گز ۔ ۱۹ — ۲۸ء۵۷۱۴۲ مربع انچ ۔

۲۰ — ۳ء۸۱۴۱۲ مربع فٹ ۔ ۲۱ — ۲ء۷۴ مربع فٹ ۔ ۲۲ — ۱۰ء۰۸ مربع زنجیر ۔

۲۳- ۲۰۴۲۲٫۹۲ مربع کڑی۔ ۲۴—۱۹٫۴۹۱۷ مربع انچ۔ ۲۵— ۱۴۳۳٫۵۲۲ مربع فٹ۔

۲۶— ۱۱٫۱۸۷۲ مربع گز۔ ۲۷— ۱٫۷۷۹ مربع فٹ تقریباً۔

۲۸— ۵٫۲۴ مربع زنجیر تقریباً۔

سوالات امتحانات ۱۴ء

۱— ۱۶۱۲٫۰ مربع فٹ۔ ۲— ۳۱۲ مربع انچ۔ ۳— ۱۶۱۲٫۵ مربع فٹ۔

۴— ۱۶۰ ۵/۱۲ مربع فٹ۔ ۵— ۹۰٫۸ تقریباً، ۳۰٫۵۲۰ تقریباً۔ ۶— ۴۸٫۰۶۲ گز۔

۷— ۷۰ مربع فٹ۔ ۸— ۴۰۰ مربع فٹ۔ ۹— ۸٫۳۳ مربع فٹ تقریباً۔

۱۰— ۱۴٫۲۶۹۸ مربع فٹ۔ ۱۱— ۰٫۳۱۵۱ ل² تقریباً (ل = مربع کا ضلع)

۱۲— ۱٫۶۲۳۸۔ ۱۳— ۲٫۱۴۱۲ مربع انچ تقریباً۔ ۱۴— ۱ انچ۔

۱۵— ۱٫۷۲۲۲ مربع فٹ تقریباً (۳٫۱۴۱۵۹ = π)۔ ۱۶— ۴٫۲۸۲ تقریباً۔

۱۷— ۷۷٫۴ انچ۔ ۱۸— ۱۱۴٫۱۱۶، ۲۱۵٫۱۴۰، ۳۶٫۳۱۷۔

۱۹— ۳٫۴۴ تقریباً۔ ۲۰— ۵۶۹ تقریباً۔ ۲۱— ۸٫۸۱۲ مربع انچ تقریباً۔

۲۲— ۵۶٫۱۴ تقریباً۔ ۲۳— ۵۵ مربع فٹ تقریباً۔

۲۵— $\frac{1}{4}$ ر² (π - ۳√۳)۔ ۲۶— ۵٫۲۷ مربع انچ تقریباً۔

۲۷— ۹٫۰۶۱۵ گز تقریباً۔ ۲۸— ۹٫۲۷۹ ۱۶۷ مربع فٹ تقریباً۔

۲۹— $\frac{1}{2}$ ۵ مربع انچ۔ ۳۰— ۷۵٫۱ فٹ، ۸٫۲۷۰ مربع فٹ تقریباً۔

۳۱— ۶٫۲۰۸ تقریباً، ۶٫۰۰۱ تقریباً۔ ۳۲— ۶٫۰۶ مربع انچ تقریباً۔

۳۳— ۱۸۵۰ مربع فٹ تقریباً۔ ۳۴— ۲۸ مربع فٹ تقریباً۔

۳۵ــــ ۳۳۳ء۵ تقریباً۔　　۳۶ــــ ۱۱۹ء۳۱۸ مربع فٹ۔

۳۷ــــ... ۱۵ء۳۰۵۷ انچ ؛ ...۷ء۶۵۰۲۸ مربع انچ۔

۳۸ــــ ۳۶ء۳۲۰۰۱ مربع فٹ۔　　۳۹ــــ ۱۱۷ $\frac{۶}{۷}$ مربع فٹ۔

نمبری (۱۵) صفحہ ۲۳۳

۱ــــ ۶ فٹ، ۱۵ فٹ۔　۲ــــ ۸ انچ، ۱۸ $\frac{۱}{۸}$ انچ۔　۳ــــ ۵۸ء۹۲۸۵ مربع انچ، ۲۳۵ء۷۱۴۲ مربع انچ

۴ــــ ۵ء۲۹۲ گز، ۱۰ء۵۸۴ گز۔

سوالات امتحانات ۱۵

۱ــــ ۵۱۹ء۶۱ مربع فٹ۔　۲ــــ ۱۲۵ء۰۵۔　　۳ــــ ۲۶ فٹ۔

۴ــــ ۹ انچ، ۲۲ $\frac{۱}{۲}$ انچ۔　۵ــــ ۲۰۰ $\frac{۲۵}{۳۶}$ فٹ۔　۶ــــ ۱۶۶ $\frac{۲}{۳}$ گز۔

۷ــــ ۹ء۰۱ فٹ تقریباً۔　۸ــــ ۱ء۷۳۲ فٹ۔　　۹ــــ ۲۹۳ فٹ۔

۱۰ــــ [illegible]۔　　۱۱ــــ ۶ء۹۲۸ انچ۔　　۱۲ــــ ۲۰ انچ۔

۱۳ــــ ۱۷۰۸۴ء۸ مربع فٹ تقریباً۔　۱۴ــــ... ۶۳ء۸۲۹۲ مربع زنجیر۔

۱۵ــــ ۳۲ $\frac{۱}{۲}$ انچ۔　　۱۶ــــ... ۱۷ء۳۲۰۵ انچ۔

نمبری (۱۶) صفحہ ۲۴۱

۱ــــ ۴۴ مربع فٹ۔　۲ــــ ۴۳ $\frac{۲}{۳}$ مربع فٹ۔　۳ــــ ۱۸۸ $\frac{۲}{۳}$ مربع فٹ۔

۴ــــ ۱۱ مربع فٹ۔　۵ــــ ۱۸۲ مربع فٹ۔　۶ــــ ۷ء۶۰۵ مربع فٹ۔

۷ــــ ۲۰ء۲ مربع فٹ۔　　۸ــــ ۳۹ء۳۷۵۳ مربع فٹ۔

۹ــــ ۱۲ء۴۴۷۴۶ مربع فٹ۔　۱۰ــــ ۰ء۱۳۵۸۴ مربع فٹ۔

۱۱—۶،۲۲۳۸ مربع فٹ۔ ۱۲— ۳۶۰ مربع فٹ۔

سوالات امتحانات ۱۶

۱—۲۸۸۰ مربع فٹ۔ ۲—۳۱۶۸ مربع فٹ۔
۳—۳۱۰۲ مربع فٹ۔ ۴—۸۱۷،۷۰ × ۲ ر اگر ر=۱۰ تو غلطی = ۰،۳۷۔
۵—۲۵۸۰ مربع فٹ۔ ۶—۹۴۰۰ مربع فٹ۔
۷—۳۳۰۹۳ ۱/۳ مربع فٹ۔ ۸—۳۹۰۰ مربع فٹ۔
۱۰—۹۲۴،۶ مربع فٹ۔ ۱۱—۳۹۲ مربع فٹ۔

نمبری (۱۷) صفحہ ۲۴۸

۱—۲۴۲ مربع گز۔ ۲—۳ انچ۔ ۳—۹۰ مربع انچ
۴—۲۷ مربع انچ۔ ۵—۱ انچ = ۲۶۴ انچ۔ ۶—۱ انچ = ۲۲/۸ میل۔
۷—۲۶ فٹ، ۲۸ فٹ، ۳۰ فٹ ۸—۱۲ فٹ، ۱۶ فٹ، ۲۰ فٹ ۹—۴ فٹ، ۵ فٹ ۴ انچ۔
۱۰—۲ فٹ، ۲ فٹ ۲ انچ۔ ۱۱—۱۲،۷۲۶ فٹ۔
۱۲—۱۰۰۰۱،۱۴۶ انچ، ۱۳۱،۶۵ انچ۔ ۱۳—۱۰۵۷۰،۶۰ انچ۔
۱۴—۱۴۱۶۴،۳۴ انچ، ۹۸۰،۸۴ انچ۔

سوالات امتحانات ۱۷

۱—۲۸، ۴۹ فٹ، ۷۰، ۹۶ فٹ۔ ۲—۱۶۹ : ۲۸۹۔
۳—۲۵، ۳۲، ۴۲ مربع انچ۔ ۴—۱/۲ ۳۱ مربع فٹ، ۱/۲ ۹۴ مربع فٹ۔
۵—۴ ۲/۳ فٹ۔ ۶—۱ انچ = ۱ فرلانگ۔ ۷—۱ انچ = ۶۹،۵۷۰۱ گز
۸—۱۱۷ فٹ، ۱۵۶ فٹ، ۱۹۵ فٹ۔ ۹—۰، ایکڑ ۶،۸۵ سینٹ۔

۱۰— ۶ فٹ، ۸ فٹ، ۱۰ فٹ۔ ۱۱— ۱۰ ۱۴|۳̅ انچ، ۱۰ ۱۴|۲̅ انچ، ۱۰ انچ۔

۱۲— ۲۸ : ۳۔ ۱۳— ...۴۹۰ ء ۸ انچ۔

۱۴— ۹ ء ۱۱۱۹ مربع فٹ تقریباً۔ ۱۵— ۸ ء ۱۱۱ فٹ۔

۱۶— ۴۰ فٹ، ۵۰ فٹ، ۲۰ فٹ۔ ۱۷— ...۴۶ ء ۷ ایکڑ، ۴ ء ۹ ۶ ۲ گز۔

۱۸— ۴ ۱۴|۵̅ فٹ، ۴ ۱۴|۱۰̅ فٹ، ۴ ۱۴|۱۵̅ فٹ، ۴ ۱۴|۲۰̅ فٹ۔

۱۹— ۱۰ انچ، ۱۰ ۱۴|۲̅ انچ، ۱۰ ۱۴|۳̅ انچ، ۲۰ انچ۔

۲۰— ۶ ء ۳ فٹ ۱ ء ۲ انچ۔ ۲۱— ۴، ۹۔

۲۲— ...۱ ء ۹ ۴ ۲۵ فٹ۔ ۲۳— قطر / ۱۴|۳ ۔

۲۴— ۶ ۷ ۸ ۸ ۵ ء ۳ ۴ ۴ انچ۔ ۲۵— ۵۰ ۱۴|۳̅ فٹ، ۶۰ ۱۴|۳̅ فٹ، ۸۰ ۱۴|۳̅ فٹ۔

تمّت

فہرست اصطلاحات

مساحت

(حصۂ اول)

A

English	اردو
Absurd	مہمل
Acute-Angled triangle	مثلث حادۃ الزاویہ
Arc	قوس
Arcs of circles	قوس دائرہ
Area	رقبہ

B

English	اردو
Base line	اساسی خط۔ بنیادی خط
Bounding lines	سرحد

C

English	اردو
Central angle	مرکزی زاویہ
Centre	مرکز
Chain	زنجیر
Chord	وتر
Chords of circles	وتر دائرہ
Circle	دائرہ
Circumference	محیط
Circumscribed circle	حائط دائرہ۔ بیرونی دائرہ
Collection	مجموعہ
Common distance	مشترک فاصلہ
Complex fraction	کسر مرکب
Computed area	تخمینی رقبہ
Concentric	ہم مرکز
Contracted	مختصر
Corresponding	متناظر
Corresponding lines	متناظر خطوط
Corresponding square	متناظر مربع
Curve	منحنی
Curvilinear figure	شکل منحنی الاضلاع شکل منحنی

D

Dado	روغنی حاشیہ
Decagon	معشر یا دس ضلعی
Diagonal	وتر
Diametre	قطر
Dimensions	ابعاد
Diviser	مقسوم علیہ
Dodecagon	بارہ ضلعی
Duodecimals	اثنا اعشاریہ

E

Elliptical	ناقص نما
Equidistant	مساوی الفصل
Equilatral triangle	مساوی الاضلاع مثلث
Extremities	سرے

F

Field book	پیمائش بیاض
Flagstaff	جھنڈے کی لکڑی
Formulae	ضابطے

G

Geometry	علم ہندسہ
Grind stone	سان پتھر

H

Handrail	دستی سلاخ
Heptagon	مسبع یا سات ضلعی
Hexagon	مسدس یا چھ ضلعی
Horizontal plane	افقی میدان
Hypotenuse	وتر ۔ پیش قائمہ

I

Illustrative examples	توضیحی مثالیں
Incommensurable	متباین
Index	قوت نما
Inscribed circle	اندرونی دائرہ
Inset	اندرونی عمود
Integral figures	صحیح اعداد
Interval	وقفہ
Irregular	غیر منتظم
Isosceles triangle	مساوی الساقین مثلث
Isosceles right-angled triangle	مساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ

L

Linear foot	طولی فٹ
Linear prime	طولی اولی
Linear unit	طولی اکائیاں
Link	کڑی

M

Magnitude	مقدار
Major axis	محور اعظم
Major segment	قطعہ کبیر
Minor axis	محور اصغر

Minor segment	قطعۂ صغیر
Moat	خندق

N

Nonagon	نو ضلعی

O

Obtuse angle	زاویۂ منفرجہ
Obtuse-angled triangle	مثلث منفرجۃ الزاویہ
Octagon	مثمن یا آٹھ ضلعی
Off set	بیرونی عمود
Ordinate	معین
Outlying corners	بقیہ راس
Outlying vertices	بقیہ راس

P

Parallelogram	متوازی الاضلاع
Pentagon	مخمس یا پانچ ضلعی
Perimeter	احاطہ
Periphery	گھیرا
Pieces	ٹکڑے
Plan	نقشہ
Plane figure	شکل مستوی
Planks	تختے
Polygon	کثیر الاضلاع
Pond	کنڈ
Produced	ممدودہ
Proposition	مسئلہ

Q

Quadrant	ربع دائرہ
Quadrilateral	ذوار بعۃ الاضلاع یا چار ضلعی
Quindicagon	پندرہ ضلعی
Quotient	خارج قسمت

R

Radius	نصف قطر
Rectangle	مستطیل
Rectilineal figure	شکل منحنی الاضلاع۔ شکل منحنی مستقیم ضلعی شکلیں
Reduction	تحویل
Regular	منتظم
Rhombus	معین
Right-angled-triangle	قائم الزاویہ مثلث
Ring	حلقہ

S

Section	تراش
Sector	قطاع
Segment	قطعہ
Semi-arc	نصف قوس
Semi-chord	نصف وتر
Semi-major axis	نصف محور اعظم
Sem-minor axis	نصف محور اصغر

Semi-perimeter	نصف احاطہ
Similar figures	متشابہ اشکال
Slopes	اُتار
Solid prime	ٹھوس اولی
Span	فصل
Square	مربع
Square root	جذر المربع
Station	مقام
Superficial feet	سطحی فٹ
Superficial prime	سطحی اولی
Superficial primes	سطحی اولیات
Surveyor	پیمائش کنندہ

T

Thickness	موٹائی
To turf	پتیہ لگانا
Transverse section	عرضی تراش
Trapezoid	منحرف نما۔ شکل منحرف
Triangle	مثلث
Turn	لپیٹ

U

Undecagon	گیارہ ضلعی

V

Vertex	راس

W

Winding stair case	پیچ نما سیڑھی

Z

Zone	منطقہ

تمت

غلط نامہ

مساحت حصہ اوّل

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۴	۴	۱۲/ ۳۳۵ ۶۰۸	۱۲) ۳۲۵ ۶۰۸
″	۹	۲ ایکر	۳ ایکر
″	۱۶	۱۷۳۷۲½ ←	۱۷۳۷۳½ ←
۲۴	۷	ہیں۔	ہے۔
۳۳	۲۱	/۰	″۰
۳۵	شکل محاذی سطور ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶	—	ج
″	۱۸	ب چونکہ —	اب چونکہ
۳۸	۱۲	—	وتر کا
۴۴	۲۰	کا ومکان	کا پایہ مکان
۴۷	۱۷	سے	ہے
۷۲	۱۷	—	بُرج
۱۳۴	۱۲	ب ب،	ب ب،
″	۱۶	ع	غ
۱۳۵	فٹ نوٹ سطر ۱	Gunters chain	Gunter's chain
۱۶۱	۲۱	کرتا ہے۔	کرتا ہے۔

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۱۶۵	۱۱	۲۷	۲/۷
۱۷۱	۱۷	= - ×	= ۷ ×
۱۸۰	۲۴	پہیتّے	پہیتے
۱۸۱	پیشانی	ب	باب
۱۸۳	۲	کٹھرا	کٹھرے
۱۹۵	۷	متال	مثال
۲۰۲	آخری شکل میں	ر	ر
۲۰۴	۱۱	-۴۱	۴۱ =
۲۰۶	۲	ے	ہے۔
”	۹	رقبہ،	رقبہ:
۲۱۶	۱۸	ــــــــ	اور
۲۲۰	۱۴	ہیں: ا انکی.	ہیں: ان کی
۲۳۶	۱۰	ب بَ،	ب بَ
۲۳۷	شکل میں	جَ	جّ
”	”	ــــــــ	جَ
۲۵۱	۲۲	کرو ۔	کرو۔(

تمت